范围内,∴ 路面设置的宽度符合要求.

(3)经过 1 年后,该农户可以达到预期净利润 400 万元. 理由如下:假设经过 1 年后,该农户可以达到预期净利润 400 万元,根据题意得 $100(300-2x)(200-4x)-50\times[2\times300\times2x+2(200-4x)x]-250\ 000-330\ 000-250\ 000=4\ 000\ 000$,整理得 $x^2-200x+975=0$,解得 $x_1=5$,$x_2=195$. 又∵ $5\leqslant x\leqslant12$,∴ $x=5$ 符合题意,∴ 假设成立,即经过 1 年后,该农户可以达到预期净利润 400 万元.

第九章　图形的相似

1　成比例线段

课时 1　成比例线段及比例的基本性质

刷基础

1. D　【解析】设这段高速公路的实际长度是 x 厘米,则有 $5.5:x=1:1\ 000\ 000$,解得 $x=5\ 500\ 000$. 5 500 000 厘米 = 55 千米. 故选 D.

归纳总结　比例尺 = 图上距离 : 实际距离,要注意单位需要一致.

2. $5:8$　【解析】因为 $AB=2.5$ m,$CD=400$ cm $=4$ m,所以 $AB:CD=2.5:4=5:8$.

3. 21　【解析】∵ $BM:AM=5:4$,∴ 可设 $BM=5x$,$AM=4x$,∴ $BM+AM=9x$. ∵ $AB=27$,且 $AB=BM+AM$,∴ $9x=27$,∴ $x=3$,∴ $AM=12$,$BM=15$. ∵ 点 N 是线段 AM 的中点,∴ $MN=\frac{1}{2}AM=6$,∴ $BN=BM+MN=15+6=21$. 故答案为 21.

4. B　【解析】A 选项,$4\times10=5\times8$,是成比例线段,所以该选项不符合题意;B 选项,$1.1\times4.4\neq2.2\times3.3$,不是成比例线段,所以该选项符合题意;C 选项,$2\times5\sqrt{3}=2\sqrt{15}\times\sqrt{5}$,是成比例线段,所以该选项不符合题意;D 选项,$0.8\times2.4=3\times0.64$,是成比例线段,所以该选项不符合题意. 故选 B.

5. B　【解析】∵ 长度按从长到短的顺序分别为 4,3,2,a 的四条线段是成比例线段,∴ $\frac{4}{3}=\frac{2}{a}$,解得 $a=\frac{3}{2}$,即 a 的值为 $\frac{3}{2}$. 故选 B.

6.【解】这两个等腰三角形的腰长与底边长是成比例线段.

理由:∵ 在等腰三角形 ABC 和等腰三角形 $A_1B_1C_1$ 中,底边的长 $BC=4$ cm,$B_1C_1=6$ cm,它们的周长分别为 16 cm 和 24 cm,∴ $AB=\frac{1}{2}\times(16-4)=6(\text{cm})$,$A_1B_1=\frac{1}{2}\times(24-6)=9(\text{cm})$. ∵ $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$,$\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$,∴ $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}$,∴ 这两个等腰三角形的腰长与底边长是成比例线段.

7. D　【解析】因为 $\frac{x}{y}=\frac{4}{3}$,所以 $3x=4y$,$\frac{3}{x}=\frac{3x}{x^2}=\frac{4y}{x^2}\neq\frac{4}{y}$,故 A 不符合题意;因为 $\frac{x}{y}=\frac{4}{3}$,所以 $\frac{x}{3}=\frac{4y}{9}\neq\frac{y}{4}$,故 B 不符合题意;因为 $\frac{x}{y}=\frac{4}{3}$,所以 $3x=4y$,$4x=\frac{4}{3}\times3x=\frac{4}{3}\times4y=\frac{16}{3}y\neq3y$,故 C 不符合题意;因为 $\frac{x}{y}=\frac{4}{3}$,所以 $3x=4y$,故 D 符合题意. 故选 D.

8. $5:3$　【解析】∵ $3m-5n=0$,∴ $3m=5n$,∴ $m:n=5:3$.

9. $19:13$　【解析】∵ $\frac{a+2b}{2a-b}=\frac{9}{5}$,∴ $5(a+2b)=9(2a-b)$,∴ $13a=19b$,∴ $a:b=19:13$. 故答案为 $19:13$.

10. (1)【解】∵ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,且 $a=1$,$b=2$,

∴ $\frac{1}{2}=\frac{c}{d}$,∴ $d=2c$.

又∵ $c+d=6$,∴ $c=2$,$d=4$.

(2)【证明】∵ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,∴ $\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1$,

∴ $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$,∴ $\frac{a-b}{c-d}=\frac{b}{d}$,∴ $\frac{b-a}{d-c}=\frac{b}{d}$.

刷易错

11. 15 或 $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{20}{3}$　【解析】设所加的线段长为 x cm,则由四条线段成比例得 $\frac{4}{6}=\frac{10}{x}$ 或 $\frac{4}{x}=\frac{6}{10}$ 或 $\frac{x}{4}=\frac{6}{10}$,解得 $x=15$ 或 $x=\frac{20}{3}$ 或 $x=\frac{12}{5}$.

易错警示　四条线段成比例需按大小排序后,再由前两项的比值等于后两项的比值求解,而未知线段长度不确定,所以需分情况讨论.

课时 2　比例的其他性质

刷基础

1. C　【解析】由比例的性质,得 $2a=5b$,故 A 选项正确;由 $2a=5b$,得 $\frac{a}{5}=\frac{b}{2}$,故 B 选项正确;$a+b$ 有无数个值,故 C 选项不一定正确;由合

比性质，得$\frac{a+b}{b}=\frac{7}{2}$，故 D 选项正确. 故选 C.

2. D 【解析】∵ $\frac{m}{n}=\frac{3}{4}$，∴ $\frac{m+n}{n}=\frac{3+4}{4}=\frac{7}{4}$. 故选 D.

3. $\frac{10}{3}$ 【解析】∵ $\frac{x}{y}=\frac{10}{7}$，∴ $\frac{x}{x-y}=\frac{10}{10-7}=\frac{10}{3}$. 故答案为$\frac{10}{3}$.

4. $\frac{27}{7}$ 【解析】∵ $\frac{x-y}{13}=\frac{y}{7}$，∴ $\frac{x-y}{y}=\frac{13}{7}$，∴ $\frac{x-y+2y}{y}=\frac{13+7\times2}{7}$，即$\frac{x+y}{y}=\frac{27}{7}$. 故答案为$\frac{27}{7}$.

5. C 【解析】∵ $\frac{x}{y}=\frac{m}{n}=\frac{4}{5}(y+n\neq0)$，∴ $\frac{x+m}{y+n}=\frac{4}{5}$. 故选 C.

6. C 【解析】设$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=k\neq0$，则 $a=2k$，$b=3k$，$c=4k$. ∵ $a+2b=16$，∴ $2k+6k=16$，解得 $k=2$，∴ $c=4\times2=8$. 故选 C.

另解

∵ $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}\neq0$，∴ $\frac{a+2b}{2+2\times3}=\frac{c}{4}$. 又 ∵ $a+2b=16$，∴ $\frac{16}{8}=\frac{c}{4}$，∴ $c=8$. 此类题用“设 k 法”求解更简便.

7. C 【解析】∵ $\frac{x}{2}=\frac{y}{7}=\frac{z}{5}\neq0$，∴ $\frac{x+y-z}{4}=\frac{x}{2}$，$\frac{x+x+z}{9}=\frac{x}{2}$，∴ $x+y-z=2x$，$2x+z=\frac{9}{2}x$，∴ $\frac{x+y-z}{2x+z}=\frac{2x}{\frac{9}{2}x}=\frac{4}{9}$，故选 C.

8. A 【解析】∵ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{1}{3}$，∴ $\frac{3a}{3b}=\frac{-2c}{-2d}=\frac{e}{f}=\frac{1}{3}$，∴ $\frac{3a-2c+e}{3b-2d+f}=\frac{1}{3}$. 故选 A.

9. 42 【解析】∵ $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DA}{D'A'}=\frac{4}{7}$，∴ $\frac{AB+BC+CD+AD}{A'B'+B'C'+C'D'+A'D'}=\frac{4}{7}$. ∵ 四边形 $ABCD$ 的周长为 $AB+BC+CD+AD=24$ cm，∴ $AB+BC+CD+AD=\frac{4}{7}(A'B'+B'C'+C'D'+A'D')$，即 $A'B'+B'C'+C'D'+A'D'=\frac{7}{4}\times24=42$(cm)，∴ 四边形$A'B'C'D'$的周长为 42 cm.

10. 【解】(1) ∵ $\frac{a}{5}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}\neq0$，∴ $\frac{2a+b}{10+4}=\frac{2a+b}{14}=\frac{c}{6}$，∴ $2a+b=\frac{14c}{6}$，∴ $\frac{2a+b}{3c}=\frac{14c}{6\times3c}=\frac{7}{9}$.

(2) ∵ $\frac{a}{5}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}\neq0$，∴ $\frac{a+b+c}{15}=\frac{a}{5}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}$，∴ $\frac{90}{15}=\frac{a}{5}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}=6$，∴ $a=30$，$b=24$，$c=36$.

11. 【解】设△ABC 和△DEF 的周长分别是 x 厘米和 y 厘米. ∵ $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}=\frac{2}{3}$，∴ $\frac{AB+BC+CA}{DE+EF+FD}=\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，① 由题意可得 $y-x=15$，② 由①得 $x=\frac{2}{3}y$. ③ 将③代入②，得 $y-\frac{2}{3}y=15$，∴ $y=45$. 将 $y=45$ 代入②，得 $x=30$. 故△ABC 和△DEF 的周长分别是 30 厘米和45 厘米.

刷易错

易错警示

本题容易因忽视 $a+b+c=0$ 的情况而漏解.

12. -1 或$\frac{1}{2}$ 【解析】当 $a+b+c=0$ 时，$a=-(b+c)$，因而 $k=\frac{a}{b+c}=\frac{-(b+c)}{b+c}=-1$；当 $a+b+c\neq0$ 时，$k=\frac{a+b+c}{(b+c)+(a+b)+(a+c)}=\frac{1}{2}$. 故 k 的值是-1 或$\frac{1}{2}$.

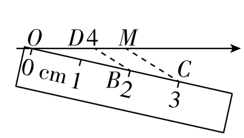
2 平行线分线段成比例

刷基础

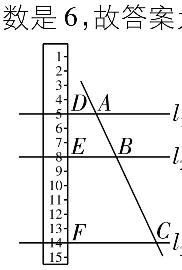
1. C 【解析】∵ $a/\!/b/\!/c$，∴ $\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}$，故 A 不符合题意；∵ $a/\!/b/\!/c$，∴ $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，故 B 不符合题意；∵ 线段 AD，BE，CF 不是直线 m，n 上的线段，∴ $\frac{AD}{BE}$与$\frac{BE}{CF}$不一定相等，故 C 符合题意；∵ $a/\!/b/\!/c$，∴ $\frac{BC}{AC}=\frac{EF}{DF}$，∴ $\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}$，故 D 不符合题意. 故选 C.

2. B 【解析】∵ $a/\!/b/\!/c$，∴ $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，即$\frac{6}{2}=\frac{9}{EF}$，∴ $EF=3$. 故选 B.

3. 6 【解析】如图. ∵ $BD/\!/MC$，$OD=4$，$OC=3$ cm，$OB=2$ cm，∴ $\frac{OD}{OM}=\frac{OB}{OC}=\frac{2}{3}$，即$\frac{4}{OM}=\frac{2}{3}$，∴ $OM=6$，∴ 点 M 对应的数是 6，故答案为 6.



(第 3 题图)



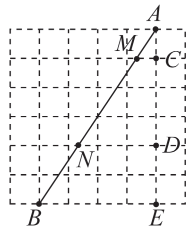
(第 4 题图)

4. 8 【解析】如图. ∵ $l_1/\!/l_2/\!/l_3$，∴ $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$.

$\because DE=8-5=3(\text{cm}), EF=14-8=6(\text{cm}), AC=12\text{ cm}$，$\therefore \dfrac{12-BC}{BC}=\dfrac{3}{6}$，$\therefore BC=8\text{ cm}$，故答案为 8.

5. A 【解析】$\because DE/\!/BC$，$\therefore AB:DB=AC:EC$. $\because AD:DB=3:5$，$\therefore AB:DB=8:5$，$\therefore AC:EC=8:5$. $\because EF/\!/AB$，$\therefore CF:CB=CE:CA=5:8$. 故选 A.

6. B 【解析】如图，在 $\triangle ABE$ 中，$MC/\!/ND/\!/BE$，$\therefore AM:MN:NB=AC:CD:DE=1:3:2$. 故选 B.

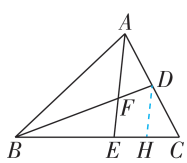


7. $\dfrac{16}{5}$

添加辅助线

过点 D 作 $DH/\!/AE$，交 BC 于点 H，根据平行线分线段成比例的基本事实的推论计算即可. 过一点作已知直线的平行线为常用方法.

【解析】$\because D$ 是 AC 的中点，$\therefore AD=DC$. 如图，过点 D 作 $DH/\!/AE$，交 BC 于点 H，则 $\dfrac{CH}{HE}=\dfrac{CD}{DA}=1$，$\dfrac{BE}{EH}=\dfrac{BF}{FD}=3$，$\therefore \dfrac{BE}{EC}=\dfrac{3}{2}$. $\because BC=8$，$\therefore CE=8\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{16}{5}$. 故答案为 $\dfrac{16}{5}$.



8.【解】(1) 因为 $DE=3$，$EF=2$，所以 $DE:EF=3:2$. 又因为 $FH/\!/AB$，所以 $DB:BH=DE:EF=3:2$.

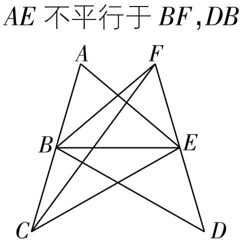
(2) 因为 $BD=BC$，$DB:BH=3:2$，所以 $BC:BH=3:2$. 因为 $FH/\!/AB$，所以 $AC:AF=BC:BH=3:2$. 又因为 $AC=3$，所以 $AF=2$.

刷提升

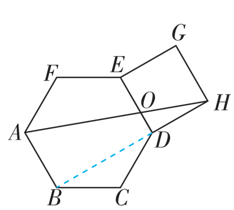
1. D 【解析】如图所示，令 $AB=BC=1$，$DE=EF=1$，则 $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{DE}{EF}$. 由图可知，$BE$ 不平行于 CF，AE 不平行于 BF，DB 不平行于 EC，故选 D.

关键点拨

画出反例，即可得出答案.



（第 1 题图）



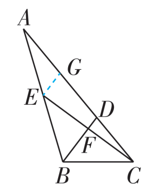
（第 2 题图）

2. B 【解析】连接 BD，如图所示. 由正六边形和正方形的性质易得 B,D,H 三点共线. 设正六边形的边长为 a，则 $AB=BC=CD=DE=DH=a$. $\because$ 在 $\triangle BCD$ 中，$BC=CD=a$，$\angle BCD=120^\circ$，$\therefore \angle CBD=\angle CDB=30^\circ$，$\therefore$ 易得 $BD=\sqrt{3}a$. $\because$ 正六边形 $ABCDEF$ 中，$DE/\!/AB$，$\therefore \dfrac{OA}{OH}=\dfrac{BD}{DH}=\dfrac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}$. 故选 B.

思路分析

先证明 $\triangle BEF\cong\triangle BCF$(ASA)，取 AD 的中点 G，连接 EG，则 EG 是 $\triangle ABD$ 的中位线，可得 $\dfrac{CD}{DG}=\dfrac{CF}{FE}=1$，证出 DF 是 $\triangle CEG$ 的中位线，最后根据勾股定理计算 BE 的长即可得到结果.

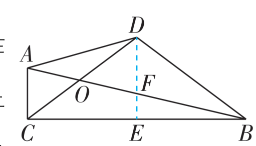
3. 10 【解析】$\because E$ 是 AB 的中点，$\therefore AE=BE=\dfrac{1}{2}AB$. $\because CE\perp BD$，$\therefore \angle BFE=\angle BFC=90^\circ$. $\because BD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，$\therefore \angle EBF=\angle CBF$. 又 $\because BF=BF$，$\therefore \triangle BEF\cong\triangle BCF$(ASA)，$\therefore EF=CF$. $\because CE=2BD=8$，$\therefore EF=CF=BD=4$. 如图，取 AD 的中点 G，连接 EG，$\therefore EG$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线，$\therefore EG=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}\times4=2$，$EG/\!/BD$，$\therefore \dfrac{CD}{DG}=\dfrac{CF}{FE}=1$，$\therefore DG=CD$，$\therefore DF$ 是 $\triangle CEG$ 的中位线，$\therefore DF=\dfrac{1}{2}EG=\dfrac{1}{2}\times2=1$，$\therefore BF=BD-DF=4-1=3$. $\because$ 在 Rt$\triangle BEF$ 中，$BE=\sqrt{BF^2+EF^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$\therefore AB=2BE=2\times5=10$. 故答案为 10.



4. $\dfrac{1}{2}$ 【解析】过 D 作 $DE\perp BC$ 于 E，交 AB 于 F，如图所示. 设 $\angle ABC=\alpha$，$\angle ABD=\beta$，$\therefore \angle DAB=2\angle ABC=2\alpha$，$\angle DBC=\alpha+\beta$. $\because BD=CD$，$DE\perp BC$，$\therefore \angle DCB=\angle DBC=\alpha+\beta$，$CE=BE$，$\angle BDF+(\alpha+\beta)=90^\circ$. 在 $\triangle DAO$ 和 $\triangle BCO$ 中，由三角形内角和定理可知 $\angle ADO+2\alpha=(\alpha+\beta)+\alpha$，$\therefore \angle ADO=\beta$. $\because \angle ACB=90^\circ$，$\therefore \angle ACO+(\alpha+\beta)=90^\circ$，$\therefore \angle ACD=\angle FDB$. 在 $\triangle DAC$ 和 $\triangle BFD$ 中，

$$\begin{cases}\angle ACD=\angle FDB,\\ CD=DB,\\ \angle ADC=\angle FBD,\end{cases}$$

$\therefore \triangle DAC\cong\triangle BFD$(ASA)，$\therefore BF=AD$. $\because AC\perp CB$，$DE\perp CB$，$\therefore AC/\!/DE$，$\therefore \dfrac{BE}{CE}=\dfrac{BF}{FA}=1$，$\therefore FA=FB$，$\therefore F$ 是 AB 的中点，$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{BF}{AB}=\dfrac{1}{2}$，故答案为 $\dfrac{1}{2}$.



5.【解】(1) $\because l_1/\!/l_2/\!/l_3$，$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{HE}{HC}$，即 $\dfrac{AD}{12}=\dfrac{3}{3+6}$，$\therefore AD=4$，$\therefore DB=AB-AD=12-4=8$.

(2)$\because$ 平移 AB 使得 A 与 H 重合，$\therefore BD=8$，$AD=4$. $\because DF/\!/AC,DE/\!/CF$，$\therefore$ 四边形 $DECF$ 为平行四边形，$\therefore DE=CF=5$. $\because DF/\!/AC$，$\therefore \frac{BF}{FC}=\frac{BD}{AD}$，即 $\frac{BF}{5}=\frac{8}{4}$，$\therefore BF=10$.

刷素养

6. (1)【证明】过 C 作 $CE/\!/DA$，交 BA 的延长线于 E. $\because CE/\!/AD$，$\therefore \frac{BD}{CD}=\frac{BA}{EA}$，$\angle 2=\angle ACE$，$\angle 1=\angle E$. $\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$\therefore \angle 1=\angle 2$，$\therefore \angle ACE=\angle E$，$\therefore AE=AC$，$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{AB}{AE}=\frac{BD}{CD}$.

(2)【解】$\because AB=3$，$BC=4$，$\angle ABC=90°$，$\therefore AC=5$. $\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$\therefore \frac{AC}{AB}=\frac{CD}{BD}$，即 $\frac{5}{3}=\frac{CD}{BD}$，$\therefore BD=\frac{3}{8}BC=\frac{3}{2}$，$\therefore AD=\sqrt{BD^2+AB^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+3^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$，$\therefore \triangle ABD$ 的周长为 $\frac{3}{2}+3+\frac{3\sqrt{5}}{2}=\frac{9+3\sqrt{5}}{2}$. 故答案为 $\frac{9+3\sqrt{5}}{2}$.

3　相似多边形

刷基础

1. C　【解析】$\because$ 四边形 $ABCD\backsim$ 四边形 $EFGH$，$\therefore$ 由题图可得相似比为 $\frac{AB}{EF}=2$，即它们的相似比为 2∶1. 故选 C.

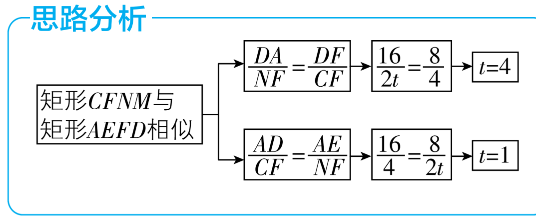
2. C　【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore \angle FAB=\angle B=\angle C=\angle D=90°$. 根据折叠的性质可知 $AB=AF$，$\angle AFE=\angle B=90°$，$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是正方形，$\therefore AB=BE=EF=AF$. 设 $AD=x$，$\because DF=1$，$\therefore AB=CD=BE=EF=AF=x-1$. $\because$ 四边形 $FECD(EF>DF)$ 与矩形 $ABCD$ 相似，$\therefore \frac{EF}{AD}=\frac{FD}{CD}$，$\therefore \frac{x-1}{x}=\frac{1}{x-1}$，解得 $x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$（不合题意，舍去），经检验，$x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 是分式方程的解，且符合题意，故选 C.

关键点拨　根据相似多边形的对应边成比例列出分式方程并求解，即可得出答案.

3.【解】(1)$\because$ 四边形 $ABCD\backsim$ 四边形 $A'B'C'D'$，$\therefore \angle A=\angle A'=102°$，相似比为 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$，$\therefore \angle D'=360°-102°-90°-120°=48°$. 故答案为 $48°$，$\frac{3}{2}$.

(2)$\because$ 四边形 $ABCD\backsim$ 四边形 $A'B'C'D'$，$\therefore \frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{3}{2}$，$\therefore BC=\frac{3}{2}\times 8=12$，$CD=\frac{3}{2}\times 10=15$.

4. 思路分析



【解】设运动 t s 能使矩形 $CFNM$ 与矩形 $AEFD$ 相似. 由题意得 $\frac{16}{2t}=\frac{8}{4}$ 或 $\frac{16}{4}=\frac{8}{2t}$，解得 $t=4$ 或 $t=1$. $\therefore$ 当 M,N 运动 4 s 或 1 s 时能使矩形 $CFNM$ 与矩形 $AEFD$ 相似.

5. A　【解析】

A	阴影三角形与原三角形的对应角相等、对应边的比相等，符合相似多边形的定义	符合题意
B	阴影矩形与原矩形的对应角相等，但对应边的比不相等，不符合相似多边形的定义	不符合题意
C	阴影五边形与原五边形的对应角相等，但对应边的比不相等，不符合相似多边形的定义	不符合题意
D	阴影六边形与原六边形的对应角相等，但对应边的比不相等，不符合相似多边形的定义	不符合题意

故选 A.

6. A　【解析】$\because$ 三个矩形的内角都是直角，甲、乙、丙相邻两边的比分别为 4∶6=2∶3，1.5∶2=3∶4，2∶3，$\therefore$ 甲与丙相似，故选 A.

关键点拨　判定两个多边形相似，必须同时具备：①边数相等；②角对应相等；③边对应成比例.

7.【解】(1)$\because E,F$ 分别是 OA,OB 的中点，$\therefore FE=\frac{1}{2}AB$，$FE/\!/AB$. $\because G,H$ 分别是 OC,OD 的中点，$\therefore HG=\frac{1}{2}CD$，$HG/\!/CD$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AB=CD$，$AB/\!/CD$，$\therefore EF=HG$，$FE/\!/HG$，$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

(2)相似. 理由如下：由(1)得 $FE/\!/AB$，$\therefore \angle OEF=\angle OAB$，同理 $\angle OEH=\angle OAD$，$\therefore \angle HEF=\angle DAB$，同理 $\angle EFG=\angle ABC$，$\angle FGH=\angle BCD$，$\angle GHE=\angle CDA$. 易知 $\frac{EF}{AB}=\frac{FG}{BC}=\frac{GH}{CD}=\frac{HE}{DA}=\frac{1}{2}$，$\therefore$ 平行四边形 $EFGH\backsim$ 平行四边形 $ABCD$.

4 探索三角形相似的条件

课时 1 相似三角形的有关概念及判定定理 1

刷基础

1. B 【解析】$\because \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$，$AB=8$，$A'B'=6$，$\therefore \frac{BC}{B'C'}=\frac{AB}{A'B'}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$. 故选 B.

2. B 【解析】$\because \triangle ABC$ 的三边长分别为 $1,\sqrt{3},\sqrt{2}$，$\triangle A'B'C'$ 的两边长分别为 $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{6}$，$\frac{\sqrt{2}}{1}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$，$\therefore 1,\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{2},\sqrt{6}$ 分别是对应边的长. 设 $\triangle A'B'C'$ 的第三边长是 x，则 $1:\sqrt{2}=\sqrt{2}:x$，$\therefore x=2$. 故选 B.

3. 30 【解析】由作图可知，AD 平分 $\angle CAB$，$\therefore \angle CAD=\angle DAB$. $\because \triangle DAC \backsim \triangle ABC$，$\therefore \angle CAD=\angle B$，$\therefore \angle CAB=2\angle B$. $\because \angle CAB+\angle B=90°$，$\therefore 3\angle B=90°$，$\therefore \angle B=30°$.

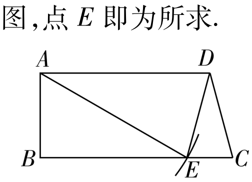
4. C 【解析】$\because \angle 1=\angle 2$，$\angle DAE=\angle BAC$，$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，故 A 不符合题意；$\because \angle 1=\angle 3$，$\angle DAE=\angle DAC$，$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ACD$，故 B 不符合题意；在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle EDC$ 中，只有条件 $\angle 1=\angle 3$，不能判定 $\triangle ADE \backsim \triangle EDC$，故 C 符合题意；$\because \angle 2=\angle 3$，$\angle BAC=\angle DAC$，$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle ACD$，故 D 不符合题意. 故选 C.

5. A 【解析】易知 $AB=2$，$CD=3$，$AD=5$，$AB/\!/CD$，$\therefore \angle BAD=\angle ADC$，$\angle ABC=\angle BCD$. 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中，$\because \angle BAD=\angle ADC$，$\angle ABC=\angle BCD$，$\therefore \triangle AOB \backsim \triangle DOC$，$\therefore \frac{AO}{DO}=\frac{AB}{DC}$，即 $\frac{AO}{5-AO}=\frac{2}{3}$，$\therefore AO=2$. 故选 A.

6. (1)【解】$\because D,E$ 分别是边 AC,BC 的中点，$\therefore DE/\!/AB$，$DE=\frac{1}{2}AB=5$，$\therefore \angle DEC=\angle B$. 又 $\because \angle F=\angle B$，$\therefore \angle DEC=\angle F$，$\therefore DF=DE=5$.

(2)【证明】$\because AC=BC$，$\therefore \angle A=\angle B$. $\because DE/\!/AB$，$\therefore \angle CDE=\angle A$，$\angle CED=\angle B$，$\therefore \angle CDE=\angle B$. $\because \angle B=\angle F$，$\therefore \angle CDE=\angle F$. $\because \angle CED=\angle DEF$，$\therefore \triangle CDE \backsim \triangle DFE$.

7. (1)【解】如图，点 E 即为所求.



(2)【证明】如图. 由(1)知 $\angle AEB=30°$. $\because \angle BAD=\angle B=90°$，$\therefore AD/\!/BC$，$\therefore \angle DAE=\angle AEB=30°$. 由作图得 $AD=AE$，$\therefore \angle ADE=\angle AED=\frac{1}{2}(180°-\angle DAE)=75°$.

$\because AD/\!/BC$，$\therefore \angle DEC=\angle ADE=\angle AED=75°$.

又 $\because \angle C=75°$，$\therefore \angle ADE=\angle C$，

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle DCE$.

刷易错

易错警示 分类讨论时，要注意对应关系的变化，防止遗漏.

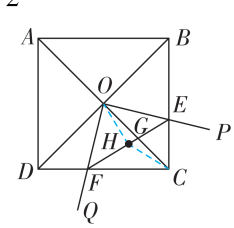
8. 2 或 4.5 【解析】当 $\triangle AEF \backsim \triangle ABC$ 时，$\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AC}$，即 $\frac{3}{AF}=\frac{9}{6}$，$\therefore AF=2$；当 $\triangle AEF \backsim \triangle ACB$ 时，$\frac{AE}{AF}=\frac{AC}{AB}$，即 $\frac{3}{AF}=\frac{6}{9}$，$\therefore AF=4.5$.

刷提升

关键点拨 在直角三角形中对未知边是直角边还是斜边进行讨论是解题的关键.

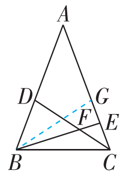
1. A 【解析】当 3，4 为直角边长，6，8 也为直角边长时，此时两三角形相似，不合题意；当 3，4 为直角边长时，$m=5$，则 8 为另一直角三角形的斜边长，所以 $n=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$，故 $m+n=5+2\sqrt{7}$；当 6，8 为直角边长时，$n=10$，则 4 为另一直角三角形的斜边长，所以 $m=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，故 $m+n=10+\sqrt{7}$. 故选 A.

2. D 【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore OD=OC$，$AC\perp BD$，$\angle ODF=\angle OCE=45°$. $\because \angle DOF+\angle FOC=90°$，$\angle COE+\angle FOC=90°$，$\therefore \angle DOF=\angle COE$，$\therefore \triangle DOF \cong \triangle COE$(ASA)，故 A 选项正确，不符合题意. $\because \triangle COE \cong \triangle DOF$，$\therefore OE=OF$，$\therefore \triangle OFE$ 是等腰直角三角形，$\therefore \angle OEF=45°$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore \angle OCD=45°$. 在 $\triangle OGE$ 和 $\triangle FGC$ 中，$\because \angle OGE=\angle FGC$，$\angle OEG=\angle FCG=45°$，$\therefore \triangle OGE \backsim \triangle FGC$，故 B 选项正确，不符合题意. $\because \triangle COE \cong \triangle DOF$，$\therefore \triangle COE$ 的面积等于 $\triangle DOF$ 的面积，$\therefore$ 四边形 $CEOF$ 的面积等于 $\triangle ODC$ 的面积. $\because \triangle ODC$ 的面积等于正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$，$\therefore$ 四边形 $CEOF$ 的面积等于正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$，$\therefore S_{正方形ABCD}=4S_{四边形CEOF}$，故 C 选项正确，不符合题意. 如图，连接 OH，CH. Rt$\triangle OFE$ 中，OH 为斜边上的中线，则 $OH=\frac{1}{2}EF$. Rt$\triangle CEF$ 中，CH 为斜边上的中线，则 $CH=\frac{1}{2}EF$，$\therefore OH=CH$，$\therefore$ 点 H 在线段 OC 的垂直平分线上，$\therefore H$ 点的轨



迹是一条线段，故 D 选项错误，符合题意. 故选 D.

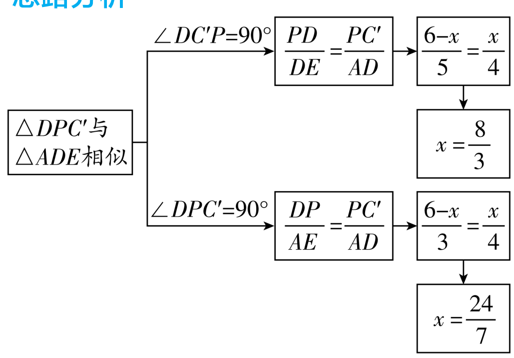
3. $\triangle FBD$ 【解析】在 AC 上截取 $CG=BD$，如图. $\because AB=AC$，$\therefore \angle DBC=\angle GCB$. $\because BC=CB$，$\therefore \triangle DBC\cong\triangle GCB$（SAS），$\therefore BG=CD$，$\angle BDF=\angle BGE$. $\because CD=BE$，$\therefore BG=BE$，$\therefore \angle BGE=\angle BEG$，$\therefore \angle BDF=\angle BEA$. $\because \angle DBF=\angle ABE$，$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle FBD$，$\therefore$ 图中与 $\triangle ABE$ 相似的三角形是 $\triangle FBD$. 故答案为 $\triangle FBD$.



▶思路分析 在 AC 上截取 $CG=BD$，证明 $\triangle DBC\cong\triangle GCB$（SAS），进而得到 $\angle BDF=\angle BEA$，即可证明 $\triangle ABE\backsim\triangle FBD$.

4. $\frac{8}{3}$或$\frac{24}{7}$

思路分析



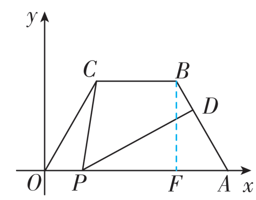
【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore AB=DC=6$，$\angle ADC=\angle C=\angle A=90°$. $\because E$ 是 AB 的中点，$\therefore BE=AE=3$，$\therefore DE=\sqrt{AD^2+AE^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$. $\because$ 沿过点 P 的直线将矩形折叠，使点 C 落在 DE 上的点 C' 处，$\therefore PC'=PC$. 设 $PC'=PC=x$，则 $DP=6-x$. 当 $\triangle DPC'$ 与 $\triangle ADE$ 相似时，$\triangle DPC'$ 是直角三角形. ①当 $\angle DC'P=90°$ 时，$\angle DC'P=\angle A=90°$. $\because DC/\!/AB$，$\therefore \angle PDC'=\angle AED$，$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle C'PD$，$\therefore \frac{PD}{DE}=\frac{PC'}{AD}$，$\therefore \frac{6-x}{5}=\frac{x}{4}$，$\therefore x=\frac{8}{3}$，$\therefore CP=\frac{8}{3}$.

②当 $\angle DPC'=90°$ 时，$\angle DPC'=\angle A=90°$. $\because \angle PDC'=\angle AED$，$\therefore \triangle DPC'\backsim\triangle EAD$，$\therefore \frac{DP}{AE}=\frac{PC'}{AD}$，$\therefore \frac{6-x}{3}=\frac{x}{4}$，$\therefore x=\frac{24}{7}$，$\therefore CP=\frac{24}{7}$.

综上所述，当 $\triangle DPC'$ 与 $\triangle ADE$ 相似时，$CP=\frac{8}{3}$或$\frac{24}{7}$，故答案为$\frac{8}{3}$或$\frac{24}{7}$.

5. 1.2 【解析】$\because \triangle ABC$ 是边长为 6 cm 的等边三角形，$\therefore \angle A=\angle B=\angle C=60°$. $\because QR/\!/BA$，$\therefore \angle CRQ=\angle A=60°$，$\angle CQR=\angle B=60°$，$\therefore \triangle CRQ$ 为等边三角形. $\because$ 点 P 运动的速度是 1 cm/s，点 Q 运动的速度是 2 cm/s，$\therefore AP=t$，$PB=6-t$，$BQ=2t$，$CQ=CR=RQ=6-2t$，$AR=2t$. $\because QR/\!/BA$，$\therefore \angle QRP=\angle APR$. 若要 $\triangle APR\backsim\triangle PRQ$，则需满足 $\angle RPQ=60°$，$\therefore \angle BPQ+\angle APR=120°$. 又 $\because \angle ARP+\angle APR=120°$，$\therefore \angle BPQ=\angle ARP$. 又 $\because \angle B=\angle A$，$\therefore \triangle BQP\backsim\triangle APR$，$\therefore \frac{BP}{AR}=\frac{BQ}{AP}$，$\therefore \frac{6-t}{2t}=\frac{2t}{t}$，解得 $t=1.2$. 故答案为 1.2.

6.【解】(1) 如图，过 B 作 $BF\perp OA$ 交 OA 于 F. $\because BC/\!/OA$，$\angle COA=60°$，$OC=AB$，$\therefore \angle BAO=60°$，$\therefore \angle ABF=30°$. $\because AB=4$，$\therefore AF=\frac{1}{2}AB=2$，



$\therefore$ 由勾股定理得 $BF=2\sqrt{3}$. $\because AO=7$，$\therefore OF=5$，$\therefore B(5,2\sqrt{3})$.

(2) ①当 $OC=OP=4$ 时，$P(4,0)$ 或 $(-4,0)$；

②当 $OC=CP=4$ 时，$\because \angle COP=60°$，$\therefore \triangle OCP$ 是等边三角形，$\therefore P(4,0)$；

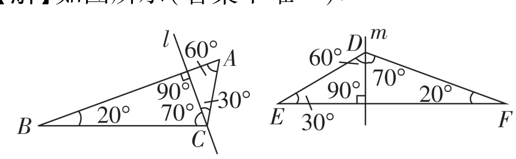
③当 $CP=OP$ 时，$\angle OCP=\angle COP=60°$，$\therefore \triangle COP$ 是等边三角形，$\therefore P(4,0)$，即满足条件的点 P 的坐标为 $(4,0)$ 或 $(-4,0)$.

(3) $\because \angle CPD=\angle OAB=60°$，$\therefore \angle COA=\angle CPD=\angle OAB$. $\because \angle AOC+\angle OCP=\angle APD+\angle DPC$，$\therefore \angle OCP=\angle APD$，$\therefore \triangle OPC\backsim\triangle ADP$，$\therefore \frac{OP}{AD}=\frac{OC}{AP}$，$\therefore OP\cdot AP=AD\cdot OC$. $\because \frac{BD}{AB}=\frac{5}{8}$，$\therefore BD=\frac{5}{2}$，$AD=\frac{3}{2}$，$\therefore OP\cdot AP=\frac{3}{2}\times4=6$，$\therefore OP\cdot(7-OP)=6$，$\therefore OP^2-7OP+6=0$，$\therefore OP=1$ 或 6，$\therefore P(1,0)$ 或 $P(6,0)$.

易错警示◀ 注意第二问中 $\triangle OCP$ 是等腰三角形时需要进行分类讨论，不要漏解.

刷素养

7.【解】如图所示（答案不唯一）.



课时 2　相似三角形的判定定理 2

刷基础

1. C 【解析】当 $\angle ABP=\angle C$ 时，$\because \angle A=\angle A$，$\therefore \triangle ABP\backsim\triangle ACB$，添加条件正确，故 A 选项不符合题意；当 $\angle APB=\angle ABC$ 时，$\because \angle A=\angle A$，$\therefore \triangle ABP\backsim\triangle ACB$，添加条件正确，故 B 选项不符合题意；当 $\frac{AB}{BP}=\frac{AC}{CB}$ 时，无法得到

$\triangle ABP \backsim \triangle ACB$，添加条件错误，故 C 选项符合题意；当 $AB^2 = AP \cdot AC$，即 $\frac{AB}{AP}=\frac{AC}{AB}$ 时，$\because \angle A=\angle A$，$\therefore \triangle ABP \backsim \triangle ACB$，添加条件正确，故该选项不符合题意. 故选 C.

2. C 【解析】在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ACB$ 中，$\angle DAE=\angle CAB$，若添加条件①$\angle ADE=\angle C$，则根据“两角分别相等的两个三角形相似”可判定 $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$，①正确；若添加条件②$\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{BC}$，则无法判定 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 相似，②错误；若添加条件③$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$，则根据“两边成比例且夹角相等的两个三角形相似”可判定 $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$，③正确. 故选 C.

3. 9 【解析】$\because AC$ 平分 $\angle BAD$，$\therefore \angle BAC=\angle DAC$. 当 $\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{AD}$ 时，$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$，即 $AC^2=AB \cdot AD$. $\because AB=4$，$AC=6$，$\therefore 6^2=4AD$，$\therefore AD=9$. 故答案为 9.

4. 2 cm 或 4.5 cm 【解析】$\because \angle A=\angle D$，$AB=6$ cm，$AC=4$ cm，$DE=3$ cm，$\therefore$ 当 $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}$，即 $\frac{6}{3}=\frac{4}{DF}$ 时，$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$，解得 $DF=2$；当 $\frac{AB}{DF}=\frac{AC}{DE}$，即 $\frac{6}{DF}=\frac{4}{3}$ 时，$\triangle ABC \backsim \triangle DFE$，解得 $DF=4.5$. 综上所述，当 $DF=2$ cm 或 4.5 cm 时，$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似. 故答案为 2 cm 或 4.5 cm.

5.【证明】$\because BP=3PC$，Q 为 CD 的中点，$\therefore PC=\frac{1}{4}BC$，$DQ=CQ=\frac{1}{2}CD$. $\because$ 在正方形 $ABCD$ 中，$BC=CD=AD$，$\angle C=\angle D=90°$，$\therefore \frac{CP}{DQ}=\frac{CQ}{AD}=\frac{1}{2}$，$\therefore \triangle ADQ \backsim \triangle QCP$.

6. B 【解析】$\because \angle D=60°$，$\angle E=80°$，$\therefore \angle F=40°$，$\therefore \angle F=\angle A$. $\because \frac{AB}{AC}=\frac{FD}{FE}$，$\therefore \triangle BCA \backsim \triangle DEF$，$\therefore \angle B$ 与 $\angle D$ 是对应角，故 $\angle B=\angle D=60°$. 故选 B.

7.【证明】$\because \angle AEC+\angle ACB=180°$，$\angle AEC+\angle AED=180°$，$\therefore \angle AED=\angle ACB$.

$\because \angle DAE=\angle BAC$，$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，$\therefore \frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$. $\because \angle DAE=\angle BAC$，即 $\angle DAB+\angle BAE=\angle BAE+\angle EAC$，$\therefore \angle DAB=\angle EAC$，$\therefore \triangle DAB \backsim \triangle EAC$.

易错警示：用“两边成比例且夹角相等的两个三角形相似”判定两个三角形相似时，一定要找准两组对应边及其夹角.

易错警示：利用相似符号“∽”表示两个三角形相似时，相似三角形的对应边、对应角是确定的；但是用文字表述时，对应边、对应角不确定，应注意分类讨论.

刷易错

8.【解】该学生的解答不正确. 理由如下：在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中，虽然 $\angle AOB=\angle DOC$，$\frac{AO}{OC}=\frac{OD}{OB}$，但是 OA，OC 不是 $\triangle AOB$ 中 $\angle AOB$ 的两边，OD，OB 也不是 $\triangle DOC$ 中 $\angle DOC$ 的两边，$\therefore \triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 不一定相似.

刷提升

1. D 【解析】连接 DE. $\because AD=\frac{1}{3}AB$，$AE=\frac{1}{3}AC$，$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{3}$. 又$\because \angle DAE=\angle BAC$，$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，$\therefore \angle ADE=\angle ABC$，$\frac{DE}{BC}=\frac{1}{3}$，$\therefore DE \parallel BC$，$\therefore \angle EDO=\angle BCO$，$\angle DEO=\angle CBO$，$\therefore \triangle DOE \backsim \triangle COB$，$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{OE}{OB}=\frac{1}{3}$，$\therefore S_{\triangle COE}:S_{\triangle BOC}=\frac{OE}{OB}=\frac{1}{3}$. 故选 D.

2. B 【解析】在三角形纸片 ABC 中，$AB=9$，$AC=6$，$BC=12$. A 选项，因为 $\frac{6}{BC}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$，对应边 $\frac{AB}{BC}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}\neq\frac{1}{2}$，所以沿虚线剪下的阴影部分的三角形与 $\triangle ABC$ 不相似，故此选项错误；B 选项，因为 $\frac{4}{AC}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，对应边 $\frac{AC}{AB}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$，$\angle A=\angle A$，所以沿虚线剪下的阴影部分的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，故此选项正确；C 选项，因为 $\frac{4}{AB}=\frac{4}{9}$，对应边 $\frac{AB}{BC}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}\neq\frac{4}{9}$，所以沿虚线剪下的阴影部分的三角形与 $\triangle ABC$ 不相似，故此选项错误；D 选项，因为 $\frac{4}{AC}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，对应边 $\frac{AC}{BC}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}\neq\frac{2}{3}$，所以沿虚线剪下的阴影部分的三角形与 $\triangle ABC$ 不相似，故此选项错误. 故选 B.

3. $\left(-\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$ 或 $(-2,1)$ 【解析】设 $E\left(t,\frac{1}{2}t+2\right)$. 当 $y=0$ 时，$y=\frac{1}{2}x+2=0$，解得 $x=-4$，$\therefore A(-4,0)$. 当 $x=0$ 时，$y=\frac{1}{2}x+2=2$，$\therefore B(0,2)$. $\because C(4,4)$，$CD \perp x$ 轴，$\therefore CD=4$，$BC=\sqrt{4^2+(4-2)^2}=2\sqrt{5}$. $\because$ 易知 $CD \parallel OB$，

$\therefore \angle EBO=\angle BCD$，$\therefore$ 当 $\frac{BE}{CB}=\frac{BO}{CD}$ 时，$\triangle BEO\backsim\triangle CBD$，即 $\frac{BE}{2\sqrt{5}}=\frac{2}{4}$，解得 $BE=\sqrt{5}$，$\therefore t^2+\left(\frac{1}{2}t+2-2\right)^2=5$，解得 $t_1=2$（舍去），$t_2=-2$，此时点 E 坐标为 $(-2,1)$；当 $\frac{BE}{CD}=\frac{BO}{CB}$ 时，$\triangle BEO\backsim\triangle CDB$，即 $\frac{BE}{4}=\frac{2}{2\sqrt{5}}$，解得 $BE=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，$\therefore t^2+\left(\frac{1}{2}t+2-2\right)^2=\frac{16}{5}$，解得 $t_1=\frac{8}{5}$（舍去），$t_2=-\frac{8}{5}$，此时点 E 坐标为 $\left(-\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$. 综上所述，点 E 坐标为 $\left(-\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$ 或 $(-2,1)$. 故答案为 $\left(-\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$ 或 $(-2,1)$.

4.【证明】(1) $\because AB=AC$，M 是 BC 的中点，$\therefore AM\perp BC$，AM 平分 $\angle BAC$. $\because BN$ 平分 $\angle ABE$，$\therefore \angle EBN=\angle ABN$. $\because AC\perp BD$，$\therefore \angle AEB=90°$，$\therefore \angle EAB+\angle EBA=90°$，$\therefore \angle MNB=\angle NAB+\angle ABN=\frac{1}{2}(\angle BAE+\angle ABE)=45°$，$\therefore \triangle BMN$ 是等腰直角三角形，$\therefore MN=BM$，$\therefore BN=\sqrt{2}MN$.

(2) $\because$ 点 F,M 分别是 AB,BC 的中点，$\therefore FM/\!/AC$，$FM=\frac{1}{2}AC$. $\because AC=BD$，$\therefore FM=\frac{1}{2}BD$，即 $\frac{FM}{BD}=\frac{1}{2}$. $\because \triangle BMN$ 是等腰直角三角形，$\therefore NM=BM=\frac{1}{2}BC$，即 $\frac{NM}{BC}=\frac{1}{2}$，$\therefore \frac{FM}{BD}=\frac{NM}{BC}$. $\because AM\perp BC$，$\therefore \angle NMF+\angle FMB=90°$. $\because FM/\!/AC$，$\therefore \angle ACB=\angle FMB$. $\because \angle CEB=90°$，$\therefore \angle ACB+\angle CBD=90°$，$\therefore \angle CBD+\angle FMB=90°$，$\therefore \angle NMF=\angle CBD$，$\therefore \triangle MFN\backsim\triangle BDC$.

刷素养

5.【问题呈现】【证明】$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等边三角形，$\therefore AD=AE$，$AB=AC$，$\angle DAE=\angle BAC=60°$，$\therefore \angle DAE-\angle BAE=\angle BAC-\angle BAE$，即 $\angle BAD=\angle CAE$. 在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中，$\begin{cases}AD=AE,\\ \angle BAD=\angle CAE,\\ AB=AC,\end{cases}$ $\therefore \triangle BAD\cong\triangle CAE$ (SAS)，$\therefore BD=CE$.

【类比探究】【解】$\frac{BD}{CE}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等腰直角三角形，$\angle ABC=\angle ADE=90°$，$\therefore AD=DE$，$AB=BC$，$\angle DAE=\angle BAC=45°$，$\therefore \angle DAE-\angle BAE=\angle BAC-\angle BAE$，$AE=\sqrt{2}AD$，$AC=\sqrt{2}AB$，$\therefore \angle BAD=\angle CAE$，$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \triangle DAB\backsim\triangle EAC$，$\therefore \frac{BD}{CE}=\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【拓展提升】(1)【解】$\because \frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}=\frac{3}{4}$，$\angle ABC=\angle ADE=90°$，$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle ADE$，$\therefore \angle BAC=\angle DAE$，$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$. $\because BC=\frac{4}{3}AB$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\frac{5}{3}AB$，即 $\frac{AB}{AC}=\frac{3}{5}$，$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}=\frac{3}{5}$. $\because \angle BAC=\angle DAE$，$\therefore \angle BAC-\angle BAE=\angle DAE-\angle BAE$，$\therefore \angle CAE=\angle BAD$，$\therefore \triangle CAE\backsim\triangle BAD$，$\therefore \frac{BD}{CE}=\frac{AD}{AE}=\frac{3}{5}$.

(2)【证明】由(1)得 $\triangle CAE\backsim\triangle BAD$，$\therefore \angle ACE=\angle ABD$. 又 $\because \angle AGC=\angle BGF$，$\therefore \angle BFC=\angle BAC$.

思路分析

【拓展提升】(1)先证明 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，再证得 $\triangle CAE\backsim\triangle BAD$，根据相似三角形的性质即可得出结果；(2)由(1)可得 $\angle ACE=\angle ABD$，而 $\angle AGC=\angle BGF$，则 $\angle BFC=\angle BAC$.

思路分析

(2)根据三角形中位线定理可得 $MF=\frac{1}{2}AC$，进而得到 $MF=\frac{1}{2}BD$，根据等腰直角三角形的性质，可得 $BM=NM$，则 $NM=\frac{1}{2}BC$，根据同角的余角相等，可得 $\angle CBD=\angle NMF$，根据两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似即可得证.

课时3　相似三角形的判定定理3

刷基础

1. A　【解析】设每个小正方形的边长为1. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$BC=1$，$AC=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$. A 选项，三边长分别为 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，2，$\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，则 $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$，故与 $\triangle ABC$ 相似，符合题意；B 选项，三边长分别为 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，3，则 $\frac{1}{\sqrt{2}}\neq\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\neq\frac{\sqrt{5}}{3}$，故与 $\triangle ABC$ 不相似，不符合题意；C 选项，三边长分别为 2，$\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，$\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$，则 $\frac{1}{2}\neq\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\neq\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{17}}$，故与 $\triangle ABC$ 不相似，不符合题意；D 选项，三边长分别为 $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，$\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，4，则 $\frac{1}{\sqrt{5}}\neq\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\neq\frac{\sqrt{5}}{4}$，故与 $\triangle ABC$ 不相似，不符合题意. 故选 A.

2. $\frac{BC}{CD}=k$（答案不唯一）　【解析】添加 $\frac{BC}{CD}=k$. $\because \frac{AB}{AC}=\frac{AC}{AD}=\frac{BC}{CD}=k$，$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle ACD$. 故答案

为$\frac{BC}{CD}=k$(答案不唯一).

3. ② 【解析】设小正方形的边长为 1. 以"帅""车""相"所在位置的格点为顶点的三角形的三边的长分别为 4,2,$2\sqrt{5}$,"兵"与"炮"之间的距离为 2,"炮"与②之间的距离为 1,"兵"与②之间的距离为$\sqrt{5}$. $\because \frac{4}{2}=\frac{2}{1}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{2}{1}$, $\therefore$"马"应该落在②的位置. 故答案为②.

关键点拨 本题考查了相似三角形的知识,解题的关键是确定以"帅""车""相"所在位置的格点为顶点的三角形的三边的长,然后利用三边成比例的两个三角形相似确定"马"应该落在的位置即可.

4.【证明】$\because D,E,F$ 分别是 OA,OB,OC 的中点,

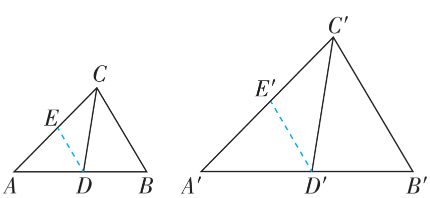
$\therefore DE=\frac{1}{2}AB,EF=\frac{1}{2}BC,DF=\frac{1}{2}AC$,

即$\frac{DE}{AB}=\frac{EF}{BC}=\frac{DF}{AC}$,$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DEF$.

5.【解】(1)$\frac{CD}{C'D'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{AD}{A'D'}$,$\angle A=\angle A'$.

(2)$\triangle ABC$ 与$\triangle A'B'C'$相似. 理由如下:

如图,过点 D,D'分别作 $DE/\!/BC,D'E'/\!/B'C'$,DE 交 AC 于 E,$D'E'$交 $A'C'$于 E'.



$\because DE/\!/BC$,$\therefore$ 易得$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$. 同理,$\frac{A'D'}{A'B'}=\frac{D'E'}{B'C'}=\frac{A'E'}{A'C'}$.

$\because \frac{AD}{AB}=\frac{A'D'}{A'B'}$,$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{D'E'}{B'C'}$. $\because \frac{CD}{C'D'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$,$\therefore$ 易得$\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EC}{E'C'}$,

$\therefore \triangle DCE\backsim\triangle D'C'E'$,$\therefore \angle CED=\angle C'E'D'$.

$\because DE/\!/BC$,$\therefore \angle CED+\angle ACB=180°$. 同理,$\angle C'E'D'+\angle A'C'B'=180°$,$\therefore \angle ACB=\angle A'C'B'$. $\because \frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$,$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$.

6.【解】(1)$\angle BAE$ 与$\angle CAD$ 相等. 理由如下:

$\because \frac{AB}{AE}=\frac{BC}{ED}=\frac{AC}{AD}$,$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle AED$,

$\therefore \angle BAC=\angle EAD$,$\therefore \angle BAE=\angle CAD$.

(2)$\triangle ABE$ 与$\triangle ACD$ 相似. 理由:$\because \frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$,

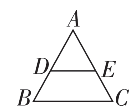
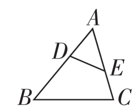
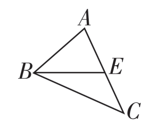
$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}$. 在$\triangle ABE$ 与$\triangle ACD$ 中,$\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}$,$\angle BAE=\angle CAD$,$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ACD$.

关键点拨 掌握相似三角形的判定及性质是解题的关键.

大招专题 5 相似三角形判定的常考模型

刷难关

大招解读 | A 字型

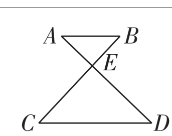
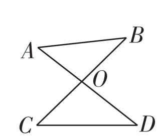
正 A 字型	斜 A 字型(共角)	斜 A 字型(共边)
 已知:$DE/\!/BC$;结论:$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$	 已知:$\angle ADE=\angle C$;结论:$\triangle ADE\backsim\triangle ACB$	 已知:$\angle ABE=\angle C$;结论:$\triangle ABE\backsim\triangle ACB$

1. 3 或$\frac{4}{3}$ 【解析】$\because D$ 为 AC 中点,$\therefore AD=\frac{1}{2}AC=2$. 当$\frac{AE}{AD}=\frac{AB}{AC}$时,$\because \angle A=\angle A$,$\therefore \triangle AED\backsim\triangle ABC$,$\therefore AE=\frac{AB\cdot AD}{AC}=\frac{6\times2}{4}=3$;当$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$时,$\because \angle A=\angle A$,$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$,$\therefore AE=\frac{AC\cdot AD}{AB}=\frac{4\times2}{6}=\frac{4}{3}$. 综上,$AE=3$ 或$\frac{4}{3}$. 故答案为 3 或$\frac{4}{3}$.

关键点拨 先得到 $AD=\frac{1}{2}AC=2$,再分$\frac{AE}{AD}=\frac{AB}{AC}$与$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$两种情况讨论即可解答.

2. A 【解析】由题意得 $AD=4,BD=6,AB=10$. $\because DE/\!/AC,EF/\!/AB$,$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 为平行四边形,$\therefore AF=DE,EF=AD=4$. $\because EF/\!/AD$,$\therefore \triangle CEF\backsim\triangle CBA$,$\therefore \frac{CF}{CA}=\frac{EF}{AB}$,$\therefore \frac{CF}{6}=\frac{4}{10}$,$\therefore CF=2.4$,$\therefore AF=AC-CF=6-2.4=3.6$,$\therefore DE=3.6$. 故 A 选项符合题意. 故选 A.

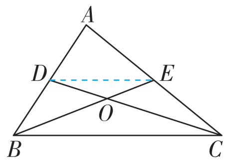
大招解读 | 8 字型

正 8 字型	斜 8 字型(蝴蝶型)
 已知:$AB/\!/CD$;结论:$\triangle ABE\backsim\triangle DCE$	 已知:$\angle B=\angle D$;结论:$\triangle AOB\backsim\triangle COD$

3. $\sqrt{3}-1$ 【解析】在 Rt$\triangle ABE$ 中,$\angle B=30°$,$AB=\sqrt{3}$,$\therefore AE=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\therefore$ 由勾股定理得,$BE=\frac{3}{2}$. 根据翻折性质可得 $BF=2BE=3$,$\therefore CF=3-\sqrt{3}$. $\because AD/\!/CF$,$\therefore$ 易证$\triangle ADG\backsim\triangle FCG$,

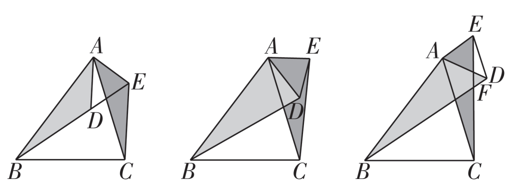
$\therefore \frac{AD}{CF}=\frac{DG}{CG}$. 设 $CG=x$，则 $\frac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-x}{x}$，解得 $x=\sqrt{3}-1$，经检验，$x=\sqrt{3}-1$ 是分式方程的解，故答案为$\sqrt{3}-1$.

4. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 【解析】如图所示，连接 DE. $\because$ 点 D,E 分别是 AB，AC 的中点，$\therefore DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，$\therefore DE // BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$，$\therefore$ 易得 $\triangle DOE \backsim \triangle COB$，$\therefore \frac{DO}{OC}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$. 设 $DO=k$，则 $OC=2k$，$\therefore CD=3k$. $\because DE//BC$，$\therefore \angle EBC=\angle DEB$. 又 $\because \angle ACO=\angle EBC$，$\therefore \angle DEB=\angle ACO$. 又 $\because \angle EDO=\angle CDE$，$\therefore \triangle DEO \backsim \triangle DCE$，$\therefore \frac{DE}{DC}=\frac{DO}{DE}$，$\therefore DE^2=DC\cdot DO$，即 $DE^2=3k\cdot k=3k^2$，$\therefore DE=\sqrt{3}k$，$\therefore BC=2\sqrt{3}k$，$\therefore \frac{CD}{BC}=\frac{3k}{2\sqrt{3}k}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. 故答案为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.



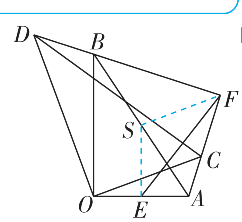
大招解读|手拉手型

$\triangle ABD$ 和$\triangle ACE$ 共顶点 A，通过两边成比例且夹角相等或利用旋转构造等角来判定三角形相似. 常见模型如下：



AD 在$\triangle ABC$ 内且拉手线 CE 和 BD 无交点	AD 在$\triangle ABC$ 外且拉手线 CE 和 BD 无交点	AD 在$\triangle ABC$ 外且拉手线 CE 和 BD 有交点

5. $\sqrt{13}-3$ 【解析】如图，取 AB 的中点 S，连接 ES，FS，则 $FS-ES\leq FE\leq FS+ES$. $\because \angle AOB=90°$，$OA=4$，$OB=6$，$\therefore AB=2\sqrt{13}$. $\because \angle AOB=\angle COD=90°$，$\angle ABO=\angle CDO$，$\therefore \triangle AOB\backsim\triangle COD$，$\therefore OB:OD=OA:OC$. $\because \angle AOB=\angle COD$，$\therefore \angle AOC=\angle BOD$，$\therefore \triangle DOB\backsim\triangle COA$，$\therefore \angle OBD=\angle OAC$. $\because \angle OBD+\angle FBO=180°$，$\therefore \angle OAC+\angle FBO=180°$，$\therefore \angle AOB+\angle AFB=180°$，$\therefore \angle AFB=\angle AOB=90°$. 又$\because S$ 为 AB 的中点，



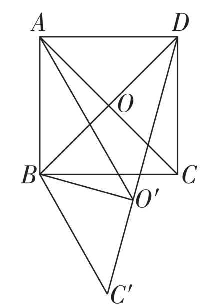
关键点拨 根据正方形的性质和旋转的性质，推出$\triangle AO'B\backsim\triangle DC'B$，得到$\frac{O'A}{C'D}=\frac{\sqrt{2}}{2}$是解题的关键.

思路分析 取 AB 的中点 S，连接 ES，FS，则 $FS-ES\leq EF\leq FS+ES$. 由题意可知，$\triangle AOB\backsim\triangle COD$，进而可得$\triangle DOB\backsim\triangle COA$，所以$\angle OBD=\angle OAC$，根据四边形内角和可得$\angle AOB=\angle AFB=90°$，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得出 FS 的长，根据中位线定理可得 ES 的长，由此可得结论.

$\therefore FS=\frac{1}{2}AB=\sqrt{13}$. $\because E$ 为 OA 的中点，S 为 AB 的中点，$\therefore ES=\frac{1}{2}OB=3$，$\therefore EF$ 的最小值为 $\sqrt{13}-3$. 故答案为 $\sqrt{13}-3$.

6. $\sqrt{3}-1$ 或$\sqrt{3}+1$ 【解析】①当 $O'C'$在 BD 的上方时，$\because \triangle O'C'B$，$\triangle ABD$ 是等腰直角三角形，$\therefore$ 易得 $O'B:BC'=AB:BD=1:\sqrt{2}$. $\because \angle ABO'+\angle ABC'=\angle DBC'+\angle ABC'=45°$，$\therefore \angle ABO'=\angle DBC'$，$\therefore \triangle ABO'\backsim\triangle DBC'$，$\therefore AO':DC'=AB:BD$. $\because BC'=BC=AB=2$，$\therefore O'C'=BO'=\frac{\sqrt{2}}{2}BC'=\sqrt{2}$，$BD=\sqrt{2}AB=2\sqrt{2}$. $\because DO'^2=BD^2-BO'^2$，$\therefore DO'^2=(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2$，$\therefore DO'=\sqrt{6}$，$\therefore DC'=\sqrt{6}-\sqrt{2}$，$\therefore AO':(\sqrt{6}-\sqrt{2})=1:\sqrt{2}$，$\therefore AO'=\sqrt{3}-1$.

②当 $O'C'$在 BD 的下方时，如图所示. 同理可证$\triangle ABO'\backsim\triangle DBC'$，$\therefore AO':DC'=AB:BD=1:\sqrt{2}$. $\because BC'=BC=2$，$\therefore$ 易得 $O'C'=BO'=\frac{\sqrt{2}}{2}BC'=\sqrt{2}$，$BD=\sqrt{2}BC=2\sqrt{2}$.

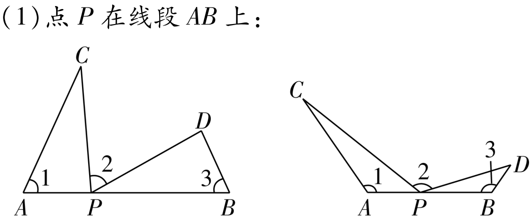


$\because DO'^2=BD^2-BO'^2$，$\therefore DO'^2=(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2$，$\therefore DO'=\sqrt{6}$，$\therefore DC'=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，$\therefore AO':(\sqrt{6}+\sqrt{2})=1:\sqrt{2}$，$\therefore AO'=\sqrt{3}+1$. 综上所述，$AO'$的长为$\sqrt{3}-1$ 或$\sqrt{3}+1$.

大招解读|一线三等角型

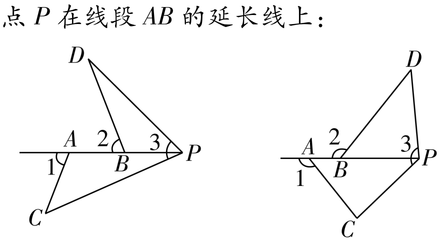
如图，已知 A,P,B 三点共线，且$\angle 1=\angle 2=\angle 3$.

(1)点 P 在线段 AB 上：



图(1)　　图(2)

(2)点 P 在线段 AB 的延长线上：



图(3)　　图(4)

结论：$\triangle ACP\backsim\triangle BPD$.

7. (1)【证明】在正方形 $ABCD$ 中，$\angle B=\angle C=$

$90°$. ∵ $AM\perp MN$, ∴ $\angle AMN=90°$, ∴ $\angle CMN+\angle AMB=90°$.

在 Rt $\triangle ABM$ 中, $\angle MAB+\angle AMB=90°$, ∴ $\angle CMN=\angle MAB$, ∴ Rt$\triangle ABM$∽Rt$\triangle MCN$.

(2)【解】∵ $\angle B=\angle AMN=90°$, ∴ 要使 Rt$\triangle ABM$∽Rt$\triangle AMN$, 必须有$\dfrac{AM}{MN}=\dfrac{AB}{BM}$. 由(1)知$\dfrac{AM}{MN}=\dfrac{AB}{MC}$, ∴ $BM=MC$, ∴ 当点 M 运动到 BC 的中点时, Rt$\triangle ABM$∽Rt$\triangle AMN$, 此时 $x=2$.

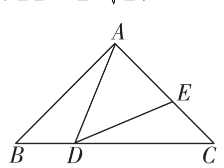
8. (1)【证明】由题图, 得 $\angle ADE+\angle ADB+\angle EDC=180°$. 在$\triangle ABD$ 中, ∵ $\angle B+\angle ADB+\angle DAB=180°$, $\angle B=\angle ADE$, ∴ $\angle EDC=\angle DAB$, ∴ $\triangle BDA$∽$\triangle CED$.

(2)【解】∵ $\angle B=\angle ADE=\angle C$, $\angle B=45°$, ∴ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle BAC=90°$.

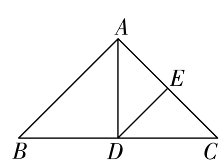
∵ $BC=2$, ∴ 由勾股定理得 $AB=AC=\sqrt{2}$.

①当 $AD=AE$ 时, $\angle ADE=\angle AED$. ∵ $\angle B=45°$, ∴ $\angle B=\angle ADE=\angle AED=45°$, ∴ $\angle DAE=90°$, ∴ $\angle DAE=\angle BAC=90°$. ∵ 点 D 在 BC 上运动(点 D 不与 B, C 重合), ∴ 此情况不符合题意.

②当 $AD=DE$ 时, 如图(1), $\angle DAE=\angle DEA$. 由(1)易证$\triangle BDA\cong\triangle CED$, ∴ $AB=DC=\sqrt{2}$, ∴ $BD=2-\sqrt{2}$.



图(1)

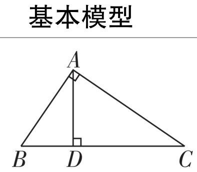


图(2)

③当 $AE=DE$ 时, 如图(2), $\angle ADE=\angle DAE=45°$, ∴ $\triangle AED$ 是等腰直角三角形. ∵ $\angle B=\angle C=\angle DAE=45°$, ∴ 易得 $\angle ADC=90°$, 即 $AD\perp BC$, ∴ $BD=\dfrac{1}{2}BC=1$.

综上所述, $BD=2-\sqrt{2}$ 或 1.

大招解读 | 射影定理(子母型)

基本模型	结论
 Rt$\triangle ABC$ 中, $AD\perp BC$	$\triangle ABC$∽$\triangle DBA$∽$\triangle DAC$

9. (1)【证明】∵ $CD\perp AB$, ∴ $\angle CDA=\angle CDB=90°$. ∵ $\angle ACB=90°$, ∴ $\angle ACD+\angle BCD=90°$. 又∵ $\angle BCD+\angle B=90°$, ∴ $\angle ACD=\angle B$, ∴ $\triangle ACD$∽$\triangle CBD$.

关键点拨

(2) 当 $\triangle ADE$ 是等腰三角形时, 注意分 $AD=AE$, $AD=DE$, $AE=DE$ 三种情况进行讨论.

刷有所得

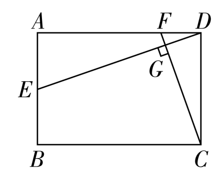
在任意直角三角形中过直角顶点向斜边作垂线, 得到的两个小直角三角形都和原直角三角形相似.

(2)【证明】∵ $\angle ACB=\angle CDB=90°$, $\angle B=\angle B$, ∴ $\triangle ACB$∽$\triangle CDB$, ∴ $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{BD}{BC}$, 即 $BC^2=BD\cdot AB$.

(3)【解】∵ $\triangle ACD$∽$\triangle CBD$, ∴ $\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{CD}{BD}$, ∴ $CD^2=AD\cdot DB$. ∵ $AD=3$, $BD=2$, ∴ $CD^2=6$. ∵ $CD>0$, ∴ $CD=\sqrt{6}$.

大招解读 | 十字型

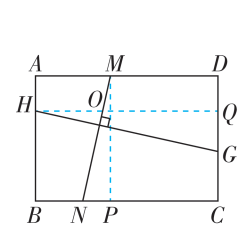
如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 AB, AD 上, $CF\perp ED$ 于 G.



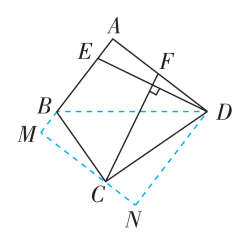
结论: $\triangle CDG$∽$\triangle DEA$∽$\triangle DFG$∽$\triangle CFD$.

10. (1)【解】∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形, ∴ $\angle A=\angle ADC=90°$, ∴ $\angle FCD+\angle DFC=90°$. ∵ $ED\perp CF$, ∴ $\angle ADE+\angle DFC=90°$, ∴ $\angle ADE=\angle DCF$, ∴ $\triangle ADE$∽$\triangle DCF$, ∴ $\dfrac{DE}{CF}=\dfrac{AD}{CD}$. 故答案为=.

(2)【证明】过 M 作 $MP\perp BC$ 于 P, 过 H 作 $HQ\perp CD$ 于 Q, 交 MN 于 O, 如图(1). 易得 $AD/\!/HQ/\!/BC$, $HQ=AD$, $MP=CD$, ∴ $\angle HON=\angle MNP$. ∵ $MN\perp GH$, $MP\perp BC$, ∴ $\angle QHG+\angle HON=90°$, $\angle MNP+\angle NMP=90°$, ∴ $\angle QHG=\angle NMP$. 又∵ $\angle HQG=\angle MPN=90°$, ∴ $\triangle HQG$∽$\triangle MPN$, ∴ $\dfrac{GH}{MN}=\dfrac{HQ}{MP}=\dfrac{AD}{CD}$.



图(1)



图(2)

【解】(3) 由(1)可知, $\dfrac{DE}{CF}=\dfrac{AD}{CD}$, 由(2)可知, $\dfrac{HG}{MN}=\dfrac{AD}{CD}$, ∴ $\dfrac{DE}{CF}=\dfrac{GH}{MN}=\dfrac{7}{5}$.

(4) $\dfrac{DE}{CF}=\dfrac{25}{24}$. 过点 C 作 $CM\perp AB$ 交 AB 的延长线于 M, 过点 D 作 $DN\perp MC$ 交 MC 的延长线于 N, 连接 BD, 如图(2), 则易知四边形 $AMND$ 是矩形, ∴ $AM=DN$, $AD=MN$. ∵ $AB=6$, $AD=8$, $\angle BAD=90°$, ∴ $BD=10$. 又∵ $BC=6$, $CD=8$, ∴ $BC^2+CD^2=BD^2$, ∴ $BC\perp CD$,

$\therefore \angle MCB+\angle NCD=90°$. 又 $\because \angle MCB+\angle MBC=90°$, $\therefore \angle MBC=\angle DCN$, $\therefore \triangle CMB\backsim\triangle DNC$, $\therefore \frac{BM}{CN}=\frac{CM}{DN}=\frac{BC}{CD}=\frac{3}{4}$. 设 $BM=x$, 则 $AM=6+x=DN$, $\therefore MC=\frac{3}{4}(6+x)$, $CN=\frac{4}{3}x$. $\because CM+CN=AD=8$, $\therefore \frac{3}{4}(6+x)+\frac{4}{3}x=8$, 解得 $x=\frac{42}{25}$, $\therefore DN=\frac{192}{25}$. 由(1)可知, $\frac{DE}{CF}=\frac{AD}{DN}=\frac{8}{\frac{192}{25}}=\frac{25}{24}$.

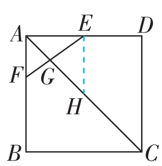
大招专题 6　相似三角形的常见辅助线的作法

刷难关

大招解读｜作平行线

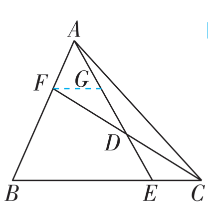
如果题目中的线段有比例(或数量)关系,且已知线段和所求相关线段能放在"A 字型"或"8 字型"相似三角形中,那么可在成比例线段的端点作平行线构造"A 字型"或"8 字型"相似模型.

1.【解】如图,作 $EH//CD$,交 AC 于点 H.



$\because$ 在边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中, $AD=2AE$, $AB=3AF$,
$\therefore \angle BAD=90°$, $AE=3$, $AF=2$,
$\therefore EF=\sqrt{AE^2+AF^2}=\sqrt{13}$.
$\because EH//CD$, $\therefore$ 易得 $\triangle AEH\backsim\triangle ADC$,
$\therefore \frac{EH}{CD}=\frac{AE}{AD}=\frac{1}{2}$. $\because CD=6$, $\therefore EH=3$.
$\because EH//AF$, $\therefore$ 易得 $\triangle AFG\backsim\triangle HEG$, $\therefore \frac{FG}{EG}=\frac{AF}{EH}$, 即 $\frac{FG}{\sqrt{13}-FG}=\frac{2}{3}$, $\therefore FG=\frac{2\sqrt{13}}{5}$.

2.【解】(1)如图,过点 F 作 $FG//BC$ 交 AE 于 G, 则 $\angle DFG=\angle DCE$. $\because D$ 是 CF 的中点, $\therefore CD=DF$. 在 $\triangle DFG$ 和 $\triangle DCE$ 中,



$$\begin{cases}\angle DFG=\angle DCE,\\ DF=DC,\\ \angle GDF=\angle EDC,\end{cases}$$

$\therefore \triangle DFG\cong\triangle DCE$(ASA),
$\therefore EC=GF$. $\because BF:AF=m:n$, $\therefore \frac{AF}{AB}=\frac{n}{m+n}$.
$\because FG//BC$, $\therefore \triangle AFG\backsim\triangle ABE$, $\therefore \frac{AF}{AB}=\frac{FG}{BE}=\frac{n}{m+n}$, $\therefore BE:EC$ 的值为 $\frac{m+n}{n}$.

思路分析

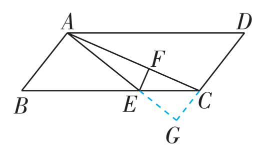
(1)过点 F 作 $FG//BC$ 交 AE 于 G. 根据两直线平行,内错角相等可得 $\angle DFG=\angle DCE$,根据对顶角相等得 $\angle GDF=\angle EDC$,再根据中点定义可得 $CD=DF$,然后利用"角边角"证明 $\triangle DCE$ 和 $\triangle DFG$ 全等,根据全等三角形对应边相等可得 $EC=GF$,然后求出 $\frac{AF}{AB}$,再证明 $\triangle AFG$ 和 $\triangle ABE$ 相似,根据相似三角形对应边成比例即可得到 $\frac{FG}{BE}$ 的值,从而得到 $BE:EC$ 的值.

(2) $CF\perp AB$. 证明:若 $BE=2EC$, 则 $\frac{BE}{EC}=2$. 由(1)知 $\frac{BE}{EC}=\frac{m+n}{n}$, $\therefore \frac{m+n}{n}=2$, 解得 $m=n$, $\therefore$ 点 F 是 AB 的中点. $\because AC=BC$, $\therefore CF\perp AB$.
(3)不能. 理由如下:假设点 E 能成为 BC 的中点,则 $BE=EC$, $\therefore \frac{BE}{EC}=1$, 则由(1)可得 $\frac{m+n}{n}=1$, 解得 $m=0$, 这与 $m>0$ 相矛盾, $\therefore$ 点 E 不能成为 BC 的中点.

大招解读｜作延长线

如果题目中的线段有比例(或数量)关系和平行关系,且已知线段和所求相关线段能放在"8 字型"相似三角形中,那么可延长平行线使其与另一条延长线相交构造"8 字型"相似模型.

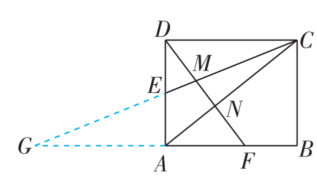
3.【解】如图,延长 DC, AE 交于点 G.



$\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB // CD$, $\angle BAE=90°$, $\therefore \angle BAE=\angle CGE=90°$. $\because \angle BEA=\angle CEG$,
$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle GCE$, $\therefore \frac{AB}{GC}=\frac{BE}{CE}=\frac{AE}{GE}$.
$\because \frac{AE}{AB}=\frac{4}{3}$, $\therefore$ 设 $AE=4k$, $AB=3k$.
$\because CE=\frac{1}{2}BE$, $\therefore \frac{AB}{GC}=\frac{BE}{CE}=\frac{AE}{GE}=2$, 即 $\frac{3k}{GC}=\frac{4k}{GE}=2$,
$\therefore GC=\frac{3k}{2}$, $GE=2k$, $\therefore AG=AE+GE=4k+2k=6k$.
$\because EF\perp AC$, $\therefore \angle AFE=90°$.
$\because \angle AFE=\angle AGC=90°$, $\angle EAF=\angle CAG$,
$\therefore \triangle EAF\backsim\triangle CAG$, $\therefore \frac{EF}{AF}=\frac{GC}{AG}=\frac{\frac{3k}{2}}{6k}=\frac{1}{4}$.

4.【解】(1) $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle DAB=\angle ADC=90°$, $\therefore \angle ADF+\angle AFD=90°$. $\because CE\perp DF$, $\therefore \angle ADF+\angle DEC=90°$, $\therefore \angle AFD=\angle DEC$, $\therefore \triangle ADF\backsim\triangle DCE$, $\therefore \frac{AF}{DE}=\frac{DA}{CD}$. $\because AB=5$, $AD=4$, 点 E 是边 AD 的中点, $\therefore DE=\frac{1}{2}AD=2$, $\therefore \frac{AF}{2}=\frac{4}{5}$, 解得 $AF=\frac{8}{5}$.

(2)如图,延长 CE, BA 交于点 G.



$\because 2AF=3BF$, $AF+BF=AB=5$,
$\therefore AF=3$. $\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ADF$ 中, $AF=3$, $AD=4$, $\therefore$ 由

勾股定理得 $DF=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

$\because DC/\!/AF$, $\therefore$ 易得 $\triangle DCN\backsim\triangle FAN$,

$\therefore \frac{DN}{FN}=\frac{DC}{FA}=\frac{5}{3}$, 即 $\frac{5-FN}{FN}=\frac{5}{3}$, 解得 $FN=\frac{15}{8}$.

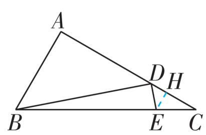
$\because DC/\!/GB$, $\therefore$ 易得 $\triangle AGE\backsim\triangle DCE$, $\therefore \frac{AG}{DC}=\frac{AE}{DE}$. $\because AE=DE$, $\therefore AG=DC=5$, $\therefore FG=8$.

$\because DC/\!/GB$, $\therefore$ 易得 $\triangle DCM\backsim\triangle FGM$, $\therefore \frac{DM}{FM}=\frac{DC}{FG}=\frac{5}{8}$. $\because DM+FM=5$, $\therefore FM=\frac{40}{13}$, $\therefore MN=FM-FN=\frac{125}{104}$.

大招解读｜作垂线

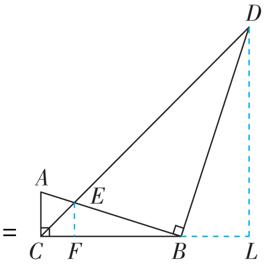
适用情形:①题目中所求线段与垂线有关;②题中已有 90°角或垂直关系,且已知线段和所求相关线段能放在相似三角形中,可借助作垂线构造"A 字型"或"一线三垂直型"相似模型.

5.【解】如图,过点 E 作 $EH\perp AC$ 于点 H. $\because \angle A=90°$, $DE\perp BD$, $\therefore \angle A=\angle BDE=\angle EHD=90°$, $\therefore \angle ABD+\angle ADB=90°$, $\angle EDH+\angle ADB=90°$, $\therefore \angle ABD=\angle EDH$, $\therefore \triangle ABD\backsim\triangle HDE$, $\therefore \frac{AB}{HD}=\frac{AD}{HE}$.



$\because AB=1$, $BC=2$, $AD=2CD$, $\therefore AC=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$, $\angle C=30°$, $\therefore AD=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $CD=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \frac{1}{HD}=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{HE}$, 即 $HD=\frac{\sqrt{3}}{2}HE$. 设 $EH=x$, 则 $HD=\frac{\sqrt{3}}{2}x$. $\because \angle C=30°$, $\therefore EC=2x$, $\therefore CH=\sqrt{3}x$, $\therefore CD=CH+HD=\sqrt{3}x+\frac{\sqrt{3}}{2}x=\frac{3\sqrt{3}}{2}x$, $\therefore \frac{3\sqrt{3}}{2}x=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore x=\frac{2}{9}$, $\therefore$ 点 E 到 AC 的距离为 $\frac{2}{9}$.

6.【解】如图,作 $EF\perp CB$ 于点 F, $DL\perp CB$ 交 CB 的延长线于点 L, 则 $\angle CFE=\angle EFB=\angle L=90°$. $\because \angle ACB=90°$, CD 平分 $\angle ACB$, $\therefore \angle BCD=\frac{1}{2}\angle ACB=45°$, $\therefore \angle FEC=\angle LDC=\angle LCD=45°$, $\therefore EF=CF$, $DL=CL$. $\because BD\perp AB$, $\therefore \angle ABD=90°$, $\therefore \angle FBE=\angle LDB=90°-\angle LBD$, $\therefore \triangle FBE\backsim\triangle LDB$, $\therefore \frac{EF}{BL}=\frac{BF}{DL}=\frac{BE}{BD}=\frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}}=\frac{1}{2}$, $\therefore BL=2EF$, $DL=2BF$. 设 $EF=CF=m$, 则 $BL=2m$. $\because DL=CL=2BF=BF+m+2m$, $\therefore BF=3m$, $\therefore BC=m+3m=4m$. $\because BE=\sqrt{EF^2+BF^2}=\sqrt{m^2+(3m)^2}=\sqrt{10}m=\sqrt{10}$, $\therefore m=1=EF$. $\because \angle ACB=\angle EFB=90°$, $\angle ABC=\angle EBF$, $\therefore \triangle ABC\backsim\triangle EBF$, $\therefore \frac{AC}{EF}=\frac{BC}{BF}=\frac{4m}{3m}=\frac{4}{3}$, $\therefore AC=\frac{4}{3}EF=\frac{4}{3}\times1=\frac{4}{3}$.



关键点拨

题中直线 BC 上已有两个直角,则可想到作 $DL\perp CB$ 交 CB 的延长线于点 L,构造相似三角形.

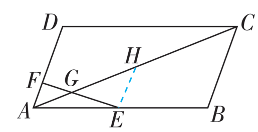
大招解读｜取中点作中位线

适用情形:如果题目中有中点,那么可过中点作已知三角形的中位线,构造相似三角形.

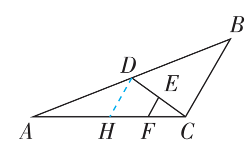
思路分析

取 AC 的中点 H,连接 EH. 先证出 $EH/\!/BC$, $EH=\frac{1}{2}BC$, 然后根据平行线的性质推得 $\triangle GHE\backsim\triangle GAF$, 进而得到 $\frac{GH}{GA}=\frac{EH}{FA}$, 求得 GH 的长,即可得出结论.

7.【解】如图,取 AC 的中点 H, 连接 EH. $\because E$ 为 AB 的中点, H 为 AC 的中点, $\therefore EH$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore EH/\!/BC$, $EH=\frac{1}{2}BC$. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\because AF=2$, $DF=4$, $\therefore AD=AF+DF=6$, $\therefore BC=AD=6$, $\therefore EH=3$. $\because EH/\!/BC/\!/DA$, $\therefore$ 易得 $\triangle GHE\backsim\triangle GAF$, $\therefore \frac{GH}{GA}=\frac{EH}{FA}$, 即 $GH=\frac{3\times3}{2}=\frac{9}{2}$, $\therefore AC=2\times\left(3+\frac{9}{2}\right)=15$.



8.【解】取 AC 的中点 H, 连接 DH, 如图. $\because$ 点 D 为 AB 的中点, $\therefore DH$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore DH/\!/BC$, $DH=\frac{1}{2}BC$. $\because EF/\!/BC$, 点 E 为 CD 的中点, $\therefore EF/\!/DH$, $CE=DE=\frac{1}{2}CD$, $\therefore \triangle CEF\backsim\triangle CDH$, $\therefore \frac{EF}{DH}=\frac{CE}{CD}=\frac{1}{2}$, $\therefore DH=2EF=2$, $\therefore BC=2DH=4$.

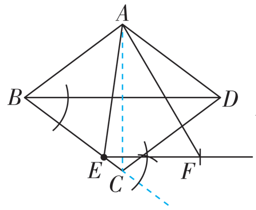


*5 相似三角形判定定理的证明

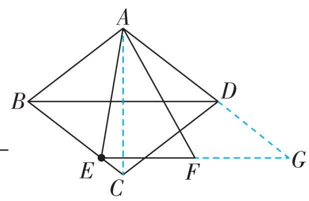
刷基础

1. B 【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AD/\!/BC$, $\therefore \angle EBF=\angle EAD$, $\angle EFB=\angle EDA$, $\therefore \triangle EFB\backsim\triangle EDA$. 同理可得, $\triangle FGC\backsim\triangle DGA$, $\triangle EBF\backsim\triangle DCF$, $\triangle GAE\backsim\triangle GCD$, $\triangle ADE\backsim\triangle CFD$. 故选 B.

2. (1)【解】如图(1).



图(1)



图(2)

(2)【证明】延长 EF 交 AD 延长线于点 G,如图(2). ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,∴ $AD//BC$. 又∵ $EF//BD$, $EF=\frac{1}{2}BD$, ∴ 四边形 $BEGD$ 是平行四边形,∴ $EG=BD=2EF$, $\angle G=\angle CBD$.

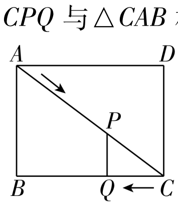
又∵ 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle EAF=\frac{1}{2}\angle ABC$, ∴ $\angle EAF=\angle G$.

又∵ $\angle AEF=\angle GEA$, ∴ $\triangle EAF\backsim\triangle EGA$, ∴ $\frac{EF}{AE}=\frac{AE}{EG}$, ∴ $AE^2=EF\cdot EG=EF\cdot 2EF=2EF^2$, ∴ $AE=\sqrt{2}EF$.

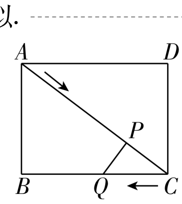
3.【解】(1)在矩形 $ABCD$ 中,∵ $\angle B=90°$, $AB=3$ cm, $BC=4$ cm, ∴ $AC=5$ cm. 由题意得 $AP=2t$ cm, $CQ=t$ cm, ∴ $CP=(5-2t)$ cm, 故答案为 t, $(5-2t)$.

(2)如图(1), ∵ $\angle PCQ=\angle ACB$, ∴ 当 $\angle PQC=\angle B=90°$ 时, $\triangle CPQ\backsim\triangle CAB$, ∴ $\frac{PC}{AC}=\frac{CQ}{BC}$, 即 $\frac{5-2t}{5}=\frac{t}{4}$, 解得 $t=\frac{20}{13}$. 如图(2), ∵ $\angle PCQ=\angle ACB$, ∴ 当 $\angle CPQ=\angle B=90°$ 时, $\triangle CPQ\backsim\triangle CBA$, ∴ $\frac{CP}{CB}=\frac{CQ}{CA}$, 即 $\frac{5-2t}{4}=\frac{t}{5}$, 解得 $t=\frac{25}{14}$. 综上所述,当移动时间为 $\frac{20}{13}$ s 或 $\frac{25}{14}$ s 时, $\triangle CPQ$ 与 $\triangle CAB$ 相似.

思路分析 (2)分 $\angle PQC=90°$ 与 $\angle CPQ=90°$ 两种情况进行讨论即可.



图(1)



图(2)

4.【证明】(1) ∵ $CD\cdot AE=AC\cdot AG$, ∴ $\frac{CD}{AG}=\frac{AC}{AE}$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形, ∴ $AB=CD$, ∴ $\frac{AB}{AG}=\frac{AC}{AE}$. ∵ $\angle BAC=\angle GAE$, ∴ $\triangle ABC\backsim\triangle AGE$.

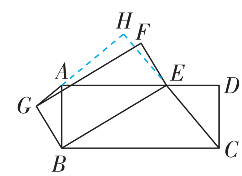
(2) ∵ $\triangle ABC\backsim\triangle AGE$, ∴ $\angle ACB=\angle E$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形, ∴ $AB=AD$, $BC//AD$, ∴ $\angle ACB=\angle CAD=\angle E$. ∵ $\angle ADG=\angle ADE$, ∴ $\triangle ADG\backsim\triangle EDA$, ∴ $\frac{AD}{DE}=\frac{GD}{AD}$, ∴ $AD^2=GD\cdot DE$, ∴ $AB^2=GD\cdot DE$.

5. (1)【解】∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $\angle A=\angle D=90°$, $AB=DC=2$, $AD=BC=5$, ∴ $\angle ABE+\angle AEB=90°$. ∵ $\angle BEC=90°$, ∴ $\angle DEC+\angle AEB=90°$, ∴ $\angle ABE=\angle DEC$, ∴ $\triangle ABE\backsim\triangle DEC$, ∴ $\frac{AE}{DC}=\frac{AB}{DE}$, ∴ $\frac{AE}{2}=\frac{2}{5-AE}$, ∴ $AE^2-5AE+4=0$, 解得 $AE=1$ 或 $AE=4$, ∴ AE 的长度为 1 或 4.

(2)【证明】①∵ 四边形 $BEFG$ 和四边形 $ABCD$ 都是矩形, ∴ $\angle GBE=\angle ABC=90°$, ∴ $\angle GBA=\angle EBC$. ∵ $\frac{BG}{BE}=\frac{BA}{BC}=\frac{2}{5}$, ∴ $\triangle GBA\backsim\triangle EBC$, ∴ $\angle BAG=\angle BCE$.

②如图,延长 GA, CE 交于点 H, 则 $\angle DEC=\angle AEH$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $\angle BAD=90°$, $AD // BC$, ∴ $\angle DEC=\angle BCE$. 由(2)①得 $\angle BAG=\angle BCE$, ∴ $\angle BAG=\angle AEH$. ∵ $\angle BAG+\angle HAE=90°$, ∴ $\angle AEH+\angle HAE=90°$, ∴ $\angle AHE=90°$, ∴ $AG\perp CE$.



6. D 【解析】设小长方形的长为 2,宽为 1,则①中的三角形的三边长分别为 $2, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{5}$; ②中的三角形的三边长分别为 $2, \sqrt{13}, 5$; ③中的三角形的三边长分别为 $2, 2\sqrt{5}, 4\sqrt{2}$; ④中的三角形的三边长分别为 $\sqrt{5}, \sqrt{10}, 5$, 只有①和④中的三角形的三边成比例, ∴ ①和④中的三角形相似,故选 D.

思路分析 设小长方形的长为 2,宽为 1,利用勾股定理求出三角形的三边长即可判断.

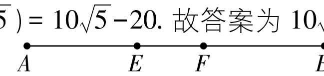
6 黄金分割

刷基础

1. C 【解析】∵ 点 P 是线段 AB 的黄金分割点,且 $AP>BP$, ∴ $\frac{AP}{AB}=\frac{PB}{AP}$, ∴ $AP^2=PB\cdot AB$, $AP:PB=AB:AP$, ∴ A、B、D 说法正确,不符合题意; C 说法错误,符合题意. 故选 C.

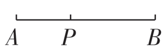
2. C 【解析】∵ 点 C 是线段 AB 的黄金分割点,且 $AB=6$ cm, ∴ $BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=(3\sqrt{5}-3)$ cm 或 $BC=AB-\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=(9-3\sqrt{5})$ cm. 故选 C.

3. $10\sqrt{5}-20$ 【解析】如图,点 E, F 是线段 AB 的两个黄金分割点,由黄金分割的定义可知, $BE=AF=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times 10=5\sqrt{5}-5$, $BF=AE=10-(5\sqrt{5}-5)=15-5\sqrt{5}$, ∴ $EF=5\sqrt{5}-5-(15-5\sqrt{5})=10\sqrt{5}-20$. 故答案为 $10\sqrt{5}-20$.



4. $\sqrt{5}-1$　$BCDE,MNDE$　【解析】在题图(3)中，由题可知四边形 $MNCB$ 是正方形，$AN=AC$，$\therefore NC=MN=BC$. $\because MN=2$，$\therefore AC=\frac{1}{2}NC=\frac{1}{2}MN=1$. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，由勾股定理得 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5}$. 由折叠可知 $AD=AB=\sqrt{5}$，$\therefore CD=AD-AC=\sqrt{5}-1$. 在题图(4)中，易得四边形 $MNDE$ 和四边形 $BCDE$ 均为矩形. $\because DE=BC=MN=2$，$ND=NC+CD=\sqrt{5}+1$，$\therefore \frac{CD}{BC}=\frac{MN}{ND}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$\therefore$ 矩形 $BCDE$ 和矩形 $MNDE$ 是黄金矩形.

5. A　【解析】如图所示，$AP<BP$，所以 $AP=12\times\left(1-\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)=(18-6\sqrt{5})$ 米，即至少走 $(18-6\sqrt{5})$ 米.



易错警示：题干中的“至少”两字说明 $AP<BP$.

6. B　【解析】由题意，得 $\frac{AB}{AC}\approx 0.618$，$AC=100$ cm，$\therefore AB=61.8$ cm，$\therefore BC=AC-AB\approx 38$ cm. 故选 B.

7. $(40\sqrt{5}-40)$　【解析】设“千斤”下面一截琴弦的长为 x cm. 因为二胡的“千斤”钩在琴弦长的黄金分割点处，且“千斤”上面一截琴弦比下面一截琴弦短，所以 $\frac{x}{80}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，解得 $x=40\sqrt{5}-40$，所以“千斤”下面一截琴弦的长为 $(40\sqrt{5}-40)$ cm. 故答案为 $(40\sqrt{5}-40)$.

7　利用相似三角形测高

刷基础

1.【解】由题意得，$OA=AE=1.6$ m，$AB=1$ m，$BF=1.6$ m. 设 $BC=x$ m. $\because BF\perp OC$，$DC\perp OC$，$\therefore BF//CD$，$\therefore$ 易得 $\triangle ABF\backsim\triangle ACD$，$\therefore \frac{BF}{CD}=\frac{AB}{AC}$，即 $\frac{1.6}{CD}=\frac{1}{1+x}$. $\because DC\perp OC$，$AE\perp OC$，$\therefore AE//CD$，$\therefore$ 易得 $\triangle OAE\backsim\triangle OCD$，$\therefore \frac{AE}{CD}=\frac{OA}{OC}$，即 $\frac{1.6}{CD}=\frac{1.6}{1+1.6+x}$，$\therefore \frac{1}{1+x}=\frac{1.6}{1+1.6+x}$，解得 $x=\frac{5}{3}$. 经检验，$x=\frac{5}{3}$ 是该分式方程的解，$\therefore CD=1.6\times(1+x)=1.6\times\frac{8}{3}\approx 4.3$(m).

答：灯与地面的距离 CD 的长约为 4.3 m.

2. B　【解析】由题意得 $EB\perp AC$，$CD\perp AC$，$\therefore \angle ABE=\angle ACD=90°$. $\because \angle A=\angle A$，$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ACD$，$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CD}$，$\therefore \frac{1}{1+9}=\frac{1.5}{CD}$，$\therefore CD=15$ m，$\therefore$ 建筑物 CD 的高是 15 m，故选 B.

归纳总结：利用标杆测量物体的高度，模型转化后一般为 A 字型或 8 字型.

3. 24　【解析】由题意，设 $AH=x$ m，$BH=y$ m. 易得 $\triangle AHF\backsim\triangle CBF$，$\triangle AHG\backsim\triangle EDG$，$\therefore \frac{BF}{HF}=\frac{CB}{AH}$，$\frac{DG}{HG}=\frac{DE}{AH}$，$\therefore 3x=1.5\times(y+3)$，$5x=1.5\times(y+30+5)$，解得 $x=24$. 故答案为 24.

4.【解】(1)$\because FC//DE$，$\therefore \angle EDC=\angle FCB$. $\because \angle FBC=\angle EBD$，$\therefore \triangle BFC\backsim\triangle BED$，$\therefore \frac{CF}{DE}=\frac{BC}{BD}$，$\therefore \frac{1.5}{4}=\frac{BC}{BC+5}$，$\therefore BC=3$ m，$\therefore BC$ 的长为 3 m.

(2)$\because AC=5.4$ m，$BC=3$ m，$\therefore AB=AC-BC=5.4-3=2.4$(m). $\because \angle ABG=\angle FBC$，易得 $\angle GAC=\angle FCB=90°$，$\therefore \triangle FCB\backsim\triangle GAB$，$\therefore \frac{AG}{FC}=\frac{AB}{BC}$，$\therefore \frac{AG}{1.5}=\frac{2.4}{3}$，$\therefore AG=1.2$ m，$\therefore$ 灯泡离地面的高度 AG 为1.2 m.

刷易错

易错警示：(2)本题易把地面上影子与墙上影子的长度之和当成影子的总长而致错.

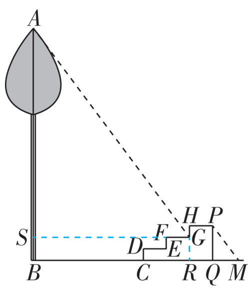
5. (1)2.7　(2)3.8　【解析】(1)$\because CD\perp AE$，$AB\perp AE$，$\therefore AB//CD$，$\therefore$ 易知 $\triangle ABE\backsim\triangle CDE$，$\therefore \frac{AB}{AE}=\frac{DC}{CE}$，即 $\frac{AB}{3}=\frac{0.9}{1}$，解得 $AB=2.7$ 米，$\therefore$ 题图(1)中旗杆高 AB 为 2.7 米. 故答案为 2.7.

(2)设墙上的影子落在地面上时长度为 x 米，旗杆高为 h 米. $\because$ 竹竿 CD 长 0.9 米，其影长 CE 为 1 米，$\therefore \frac{0.9}{1}=\frac{1.1}{x}$，$\therefore x=\frac{11}{9}$，$\therefore$ 旗杆的影长为 $3+\frac{11}{9}=\frac{38}{9}$(米)，$\therefore \frac{h}{\frac{38}{9}}=\frac{0.9}{1}$，解得 $h=3.8$，$\therefore$ 题图(2)中旗杆高 FP 为 3.8 米，故答案为 3.8.

刷提升

1. A　【解析】$\because OE//AB$，$\therefore$ 易证 $\triangle COE\backsim\triangle CAB$，$\therefore \frac{CE}{CB}=\frac{OE}{AB}$. ①　$\because OE//CD$，$\therefore$ 易证 $\triangle BOE\backsim\triangle BDC$，$\therefore \frac{BE}{BC}=\frac{OE}{CD}$. ②　由①+②得 $\frac{CE}{BC}+\frac{BE}{BC}=\frac{OE}{AB}+\frac{OE}{CD}$，$\therefore \frac{BC}{BC}=\frac{OE}{AB}+\frac{OE}{CD}$，$\therefore \frac{OE}{AB}+\frac{OE}{CD}=1$. $\because AB=5$ cm，$OE=2$ cm，$\therefore \frac{2}{5}+\frac{2}{CD}=1$，$\therefore CD=\frac{10}{3}$ cm. 故选 A.

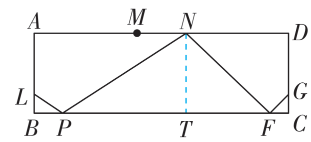
2. C 【解析】如图，作 $GR\perp BM$，$GS\perp AB$，则四边形 $BRGS$ 是矩形，$\therefore BS=GR=0.2\times2=0.4(\mathrm{m})$，$SG=BR$. 由题意得 $PQ=0.2\times3=0.6(\mathrm{m})$，$RC=2\times0.4=0.8(\mathrm{m})$，$\therefore SG=BR=BC+RC=1.9+0.8=2.7(\mathrm{m})$. 由题意得 $\frac{AS}{SG}=\frac{PQ}{QM}$，即 $\frac{AS}{2.7}=\frac{0.6}{0.45}$，$\therefore AS=3.6\ \mathrm{m}$，$\therefore AB=AS+BS=3.6+0.4=4(\mathrm{m})$，故选 C.



3. 32 【解析】设 $OE=x$ m，$OA=a$ m，$BC=b$ m，则 $AB=(2-b)$ m，$CD=(2.1-b)$ m，$CO=(2+a)$ m. 由题意知 $\triangle AFB\backsim\triangle AEO$，$\triangle CGD\backsim\triangle CEO$，$\therefore \frac{1.6}{x}=\frac{2-b}{a}$，①　$\frac{1.6}{x}=\frac{2.1-b}{2+a}$. ②　由①②得 $a=20(2-b)$. ③　将③代入①，得 $\frac{1.6}{x}=\frac{2-b}{20(2-b)}$，解得 $x=32$. $\therefore$ 楼的高度 OE 是 32 m. 故答案为 32.

4. 15.8 米 【解析】延长 CB 交 EF 于点 H，过点 F 作 $FM\perp EB$ 的延长线于点 M. $\because \angle ABG=150^\circ$，$BE\perp CB$，$\therefore \angle MBF=150^\circ-90^\circ=60^\circ$，$\therefore \angle MFB=30^\circ$. $\because BF$ 长 2 米，$\therefore BM=1$ 米，$\therefore MF=\sqrt{3}$ 米. $\because \angle EBH=\angle EMF=90^\circ$，$\angle BEH=\angle MEF$，$\therefore \triangle EBH\backsim\triangle EMF$，$\therefore \frac{BH}{MF}=\frac{EB}{EM}$. 又 $\because EB=1.8$ 米，$\therefore \frac{BH}{\sqrt{3}}=\frac{1.8}{1.8+1}$，$\therefore BH=\frac{9\sqrt{3}}{14}$ 米. 同理可证 $\triangle HBE\backsim\triangle HCD$，$\therefore \frac{BH}{CH}=\frac{BE}{CD}$. $\because CB=5\sqrt{3}$ 米，$\therefore \frac{\frac{9\sqrt{3}}{14}}{5\sqrt{3}+\frac{9\sqrt{3}}{14}}=\frac{1.8}{CD}$，$\therefore CD=15.8$ 米. 故答案为 15.8 米.

5. 【解】如图，过点 N 作 $NT\perp BC$ 于 T，则四边形 $ABTN$、四边形 $CDNT$ 均是矩形. 设 $AB=NT=CD=x$ cm. 由题意，得 $BC=80\times25=2\ 000(\mathrm{cm})$，$CG=CF=LB=2\times80=160(\mathrm{cm})$，$BP=3\times80=240(\mathrm{cm})$. $\because \angle B=\angle PTN=90^\circ$，$\angle NPT=\angle LPB$，$\therefore \triangle LBP\backsim\triangle NTP$，$\therefore \frac{LB}{NT}=\frac{PB}{PT}$，$\therefore \frac{160}{x}=\frac{240}{PT}$，$\therefore PT=\frac{3}{2}x$ cm. 同理可证，$\triangle GCF\backsim\triangle NTF$，可得 $FT=NT=x$ cm. $\because BP+PT+TF+CF=2\ 000$ cm，$\therefore 240+\frac{3}{2}x+x+160=2\ 000$，$\therefore x=640$，$\therefore DN=CT=640+160=800(\mathrm{cm})$，$AB=CD=640$ cm，$\therefore AM=DN=800$ cm，$\therefore MN=AD-AM-DN=2\ 000-1\ 600=400(\mathrm{cm})$.



答：AB 的高度为 640 cm，MN 的长度为 400 cm.

8　相似三角形的性质

课时 1　相似三角形中对应线段的性质

刷基础

刷有所得：相似三角形的对应线段（对应中线、对应角平分线、对应高）的比等于相似比.

1. B 【解析】因为两个相似三角形的相似比为 4∶9，所以这两个三角形的对应高的比为 4∶9. 故选 B.

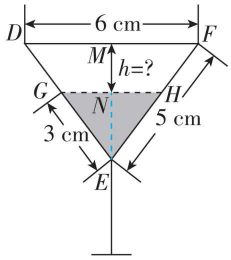
2. A 【解析】$\because AB/\!/EF$，$\therefore \angle ABC=\angle FEC$. 又 $\because \angle ACB=\angle FCE$，$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle FEC$. $\because BM$，EN 分别为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CEF$ 的中线，$\therefore \frac{AC}{FC}=\frac{BM}{EN}$. $\because AC=0.5$，$FC=0.75$，$\therefore \frac{BM}{EN}=\frac{2}{3}$，故选 A.

3. C 【解析】$\because$ 两个相似三角形对应边上的高之比是 3∶1，$\therefore$ 两个相似三角形的相似比是 3∶1，$\therefore$ 它们的对应角平分线之比为 3∶1. 故选 C.

4. 25 或 4 【解析】$\because$ 两个相似三角形的相似比为 2∶5，$\therefore$ 它们对应的角平分线之比为 2∶5. $\because$ 其中一个三角形的一条角平分线长为 10，$\therefore$ 另一个三角形对应的角平分线长可能为 25 或 4. 故答案为 25 或 4.

关键点拨：根据勾股定理和相似三角形的判定及性质求解即可.

5. $\frac{8}{5}$ cm 【解析】如图，过点 E 作 $EM\perp DF$ 于 M，交 GH 于点 N，$\therefore EN\perp GH$，$DM=\frac{1}{2}DF$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle DEM$ 中，$DM=\frac{1}{2}DF=\frac{1}{2}\times6=3(\mathrm{cm})$，$DE=5$ cm，$\therefore EM=\sqrt{DE^2-DM^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\mathrm{cm})$. $\because GH/\!/DF$，$\therefore$ 易证 $\triangle DEF\backsim\triangle GEH$，$\therefore \frac{GE}{DE}=\frac{EN}{EM}$，即 $\frac{3}{5}=\frac{EN}{4}$，$\therefore EN=\frac{12}{5}$ cm，$\therefore MN=EM-EN=4-\frac{12}{5}=\frac{8}{5}(\mathrm{cm})$，即此时液面与杯口的距离 $h=\frac{8}{5}$ cm. 故答案为 $\frac{8}{5}$ cm.

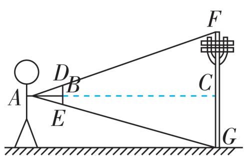


6.【解】如图,由题知 $AB\perp DE$,延长 AB 交 FG 于点 C,则 $AC\perp FG$. 由题意得,$DE=12$ 厘米 $=0.12$ 米,$AB=60$ 厘米 $=0.6$ 米,$AC=30$ 米.

$\because DE/\!/FG$,$\therefore$ 易得 $\triangle ADE\backsim\triangle AFG$,$\therefore \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{DE}{FG}$,

$\therefore FG=6$ 米.

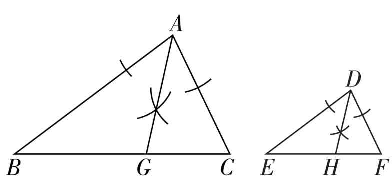
答:电线杆的高为 6 米.



7.【解】(1)如图所示,AG,DH 分别是 $\angle BAC$ 与 $\angle EDF$ 的平分线.

(2)已知:如图,$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$,且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比为 k,AG,DH 分别是 $\angle BAC$ 与 $\angle EDF$ 的平分线.

求证:$\dfrac{AG}{DH}=k$.



证明:由题意得 $\dfrac{AB}{DE}=k$. $\because AG$,DH 分别是 $\angle BAC$ 与 $\angle EDF$ 的平分线,$\therefore \angle BAG=\dfrac{1}{2}\angle BAC$,$\angle EDH=\dfrac{1}{2}\angle EDF$. $\because \triangle ABC\backsim\triangle DEF$,$\therefore \angle BAC=\angle EDF$,$\angle B=\angle E$,$\therefore \angle BAG=\angle EDH$,$\therefore \triangle ABG\backsim\triangle DEH$,$\therefore \dfrac{AG}{DH}=\dfrac{AB}{DE}=k$.

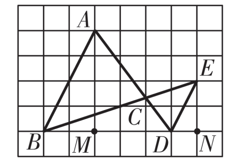
课时 2 相似三角形的周长比、面积比的性质

刷基础

1. D 【解析】设较小三角形的周长为 x. 根据相似三角形周长的比等于相似比,可得 $16:x=4:3$,$\therefore x=12$,故选 D.

2. D 【解析】$\because \triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$,$AD$ 和 $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的高,$AD=3$,$A'D'=4$,$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 $\dfrac{3}{4}$,$\therefore \dfrac{AB+BC+AC}{A'B'+B'C'+A'C'}=\dfrac{3}{4}$,故选 D.

3. 2∶1 【解析】如图,取点 M,N,则 $\angle AMB=\angle END=90°$. $\because AM=4$,$BM=2$,$EN=2$,$DN=1$,$\therefore \dfrac{BM}{DN}=\dfrac{AM}{EN}$,$\therefore \triangle ABM\backsim\triangle EDN$,$\therefore \angle ABM=\angle EDN$,$\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{AM}{EN}=2$,$\therefore AB/\!/ED$,$\therefore \angle BAC=\angle EDC$. 又 $\because \angle ACB=\angle DCE$,$\therefore \triangle ACB\backsim\triangle DCE$,$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle CDE$ 的周长之比为 $2:1$.



关键点拨

根据相似三角形的性质推出 $AB/\!/ED$,$\dfrac{AB}{ED}=2$ 是解题的关键.

4. D 【解析】$\because$ 把一个三角形的三条边的长都扩大为原来的 5 倍,$\therefore$ 新的三角形与原三角形相似,相似比为 $5:1$,$\therefore$ 新的三角形与原三角形的面积比为 $25:1$,即这个三角形的面积扩大为原来的 25 倍,故选 D.

5. D 【解析】$\because A(1,0)$,$B(2,0)$,$A'(4,2)$,$B'(6,1)$,$\therefore AB=2-1=1$,$A'B'=\sqrt{(6-4)^2+(1-2)^2}=\sqrt{5}$. $\because \triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$,$\therefore \dfrac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}}=\left(\dfrac{AB}{A'B'}\right)^2=\dfrac{1}{5}$,$\therefore S_{\triangle A'B'C'}=5S_{\triangle ABC}$. $\because \triangle ABC$ 的面积为 1,$\therefore S_{\triangle A'B'C'}=5$,即 $\triangle A'B'C'$ 的面积为 5. 故选 D.

6. 10 【解析】$\because BD=BA$,BE 平分 $\angle ABC$,$\therefore AE=DE$,$\therefore S_{\triangle ABE}=S_{\triangle BDE}=3$. $\because F$ 是 AC 的中点,$\therefore EF/\!/DC$,$EF=\dfrac{1}{2}DC$,$\therefore$ 易证 $\triangle AEF\backsim\triangle ADC$,$\therefore \dfrac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ADC}}=\left(\dfrac{EF}{DC}\right)^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$,$\therefore \dfrac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle AEF}+S_{四边形DCFE}}=\dfrac{1}{4}$. 又 $\because S_{四边形DCFE}=3$,$\therefore S_{\triangle AEF}=1$,$\therefore S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABE}+S_{\triangle BDE}+S_{\triangle AEF}+S_{四边形DCFE}=3+3+1+3=10$.

思路分析

(2)根据相似三角形面积的比等于相似比的平方可得 $\triangle ABC$ 的面积,同理可得 $\triangle EFC$ 的面积,再利用和差法即可求得平行四边形 $BFED$ 的面积.

7.【解】(1)$\because$ 四边形 $BFED$ 是平行四边形,$\therefore DE/\!/BF$,$\therefore DE/\!/BC$,$\therefore$ 易证 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{1}{4}$. $\because AB=8$,$\therefore AD=2$.

(2)$\because \triangle ADE\backsim\triangle ABC$,$\therefore \dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{DE}{BC}\right)^2=\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}$. $\because \triangle ADE$ 的面积为 1,$\therefore \triangle ABC$ 的面积是 16. $\because$ 四边形 $BFED$ 是平行四边形,$\therefore EF/\!/AB$,$DE=BF$,$\therefore$ 易证 $\triangle EFC\backsim\triangle ABC$,$\therefore \dfrac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{CF}{BC}\right)^2=\left(\dfrac{3}{4}\right)^2=\dfrac{9}{16}$,$\therefore S_{\triangle EFC}=9$,$\therefore$ 平行四边形 $BFED$ 的面积为 $16-9-1=6$.

8. D 【解析】$\because$ 两个相似三角形的面积比是 $4:9$,$\therefore$ 这两个相似三角形的相似比是 $2:3$,$\therefore$ 这两个相似三角形的周长比是 $2:3$. $\because$ 其中一个三角形的周长为 24,$\therefore$ 另一个三角形的周长是 16 或 36. 故选 D.

9. 6,12 【解析】因为两个相似三角形的面积比是1∶4,所以这两个相似三角形的相似比是1∶2,所以这两个相似三角形的周长比是1∶2. 因为周长之差是6,所以设较小的三角形周长为x,则$\frac{1}{2}=\frac{x}{x+6}$,所以$x=6$,$x+6=12$,所以两个相似三角形的周长分别是6,12.

刷易错

10. $\frac{1}{4}$ 【解析】∵ M,N分别是DE,BC的中点,∴ AM,AN分别为$\triangle ADE,\triangle ABC$的中线. ∵ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,∴ $\frac{DE}{BC}=\frac{AM}{AN}=\frac{1}{2}$,∴ $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$. 故答案为$\frac{1}{4}$.

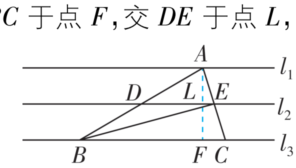
易错警示 注意相似三角形的面积比是相似比的平方,相似比是面积比的算术平方根.

刷提升

1. A 【解析】∵ $\triangle ABC\backsim\triangle DEF$,若12与3是对应边的长,则$\triangle DEF$的周长∶$\triangle ABC$的周长=12∶3,即$\frac{\triangle DEF\text{的周长}}{3+4+6}=\frac{12}{3}$,∴ $\triangle DEF$的周长为52;若12与4是对应边的长,则$\triangle DEF$的周长∶$\triangle ABC$的周长=12∶4,即$\frac{\triangle DEF\text{的周长}}{3+4+6}=\frac{12}{4}$,∴ $\triangle DEF$的周长为39;若12与6是对应边的长,则$\triangle DEF$的周长∶$\triangle ABC$的周长=12∶6,即$\frac{\triangle DEF\text{的周长}}{3+4+6}=\frac{12}{6}$,∴ $\triangle DEF$的周长为26. 综上所述,选项B、C、D不符合题意. 故选A.

2. C 【解析】∵ 四边形$ABCD$为平行四边形,∴ $S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}S_{\square ABCD}$. ∵ M,N分别是PB,PC的中点,∴ $MN\parallel BC$,$MN=\frac{1}{2}BC$,∴ $\angle PMN=\angle PBC$,$\angle PNM=\angle PCB$,∴ $\triangle PMN\backsim\triangle PBC$,∴ $\frac{S_{\triangle PMN}}{S_{\triangle PBC}}=\left(\frac{MN}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$,∴ $S_{\text{四边形}BMNC}=\frac{3}{4}S_{\triangle PBC}$. ∵ $S_{\text{四边形}BMNC}=6$,∴ $S_{\triangle PBC}=8$,∴ $S_{\square ABCD}=16$. 故选C.

3. C 【解析】作$AF\perp BC$于点F,交DE于点L,如图. ∵ $l_1\parallel l_2\parallel l_3$,∴ $\angle ALD=\angle AFB=90°$,∴ $AL\perp DE$.



∵ $AL=d_1$,$LF=d_2$,且$d_1=d_2=3$,$DE=6$,∴ $AL=LF=3$,∴ $AF=AL+LF=3+3=6$,$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}DE\cdot AL=\frac{1}{2}\times3\times6=9$. ∵ $DE\parallel BC$,∴ $\angle ADE=\angle ABC$,$\angle AED=\angle ACB$,∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,∴ $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AL}{AF}\right)^2=\left(\frac{3}{6}\right)^2=\frac{1}{4}$,∴ $S_{\triangle ABC}=4S_{\triangle ADE}=4\times9=36$,故选C.

关键点拨 $S_{\text{阴影}}=S_{\text{四边形}EFGH}=S_{\triangle AFG}-S_{\triangle AEH}$.

4. 4 【解析】∵ AB被截成三等份,∴ $AE=EF=FB$. ∵ $EH\parallel BC$,∴ $\angle AEH=\angle B$,$\angle AHE=\angle C$,∴ $\triangle AEH\backsim\triangle ABC$,∴ $\frac{S_{\triangle AEH}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AE}{AB}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$,∴ $S_{\triangle AEH}=\frac{1}{9}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{9}\times12=\frac{4}{3}(\mathrm{cm}^2)$. 同理,$\triangle AEH\backsim\triangle AFG$,∴ $\frac{S_{\triangle AEH}}{S_{\triangle AFG}}=\left(\frac{AE}{AF}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,∴ $S_{\triangle AFG}=4S_{\triangle AEH}=4\times\frac{4}{3}=\frac{16}{3}(\mathrm{cm}^2)$,∴ $S_{\text{阴影}}=S_{\text{四边形}EFGH}=S_{\triangle AFG}-S_{\triangle AEH}=\frac{16}{3}-\frac{4}{3}=4(\mathrm{cm}^2)$.

5. 16 【解析】∵ 在$\square ABCD$中,$CD=AB=10$,$BC=AD=15$,$AB\parallel DC$,$\angle BAD$的平分线交BC于点E,∴ $\angle BAF=\angle DAF$,$\angle BAF=\angle F$,∴ $\angle DAF=\angle F$,∴ $DF=AD=15$,∴ $CF=DF-CD=15-10=5$. 同理得$BE=AB=10$. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABG$中,$AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{100-64}=6$,∴ $AE=2AG=12$,∴ $\triangle ABE$的周长等于$10+10+12=32$. ∵ $AB\parallel CF$,∴ 易得$\triangle CEF\backsim\triangle BEA$,且相似比为5∶10=1∶2,∴ $\triangle CEF$的周长为16,故答案为16.

6. 【解】(1)∵ $\angle CPD=90°-\angle APE=\angle AEP$,∴ 当$\angle CPD=30°$时,$\angle AEP=30°$. 在$\mathrm{Rt}\triangle CPD$中,$CD=AB=2\sqrt{3}$,$\angle CPD=30°$,∴ $PC=2CD=4\sqrt{3}$,∴ $PD=\sqrt{PC^2-CD^2}=6$,∴ $AP=AD-PD=10-6=4$. 在$\mathrm{Rt}\triangle APE$中,$AP=4$,$\angle AEP=30°$,∴ $PE=2AP=8$,∴ $AE=4\sqrt{3}$.

思路分析 (2)由$\mathrm{Rt}\triangle AEP\backsim\mathrm{Rt}\triangle DPC$,$\triangle DPC$的周长等于$\triangle AEP$周长的2倍,得$\frac{CD}{AP}=2$,根据$CD=AB=2\sqrt{3}$,即可求出$PD$的长.

(2)存在. ∵ $\mathrm{Rt}\triangle AEP\backsim\mathrm{Rt}\triangle DPC$,$\triangle DPC$的周长等于$\triangle AEP$周长的2倍,∴ $\frac{CD}{AP}=2$. ∵ $CD=AB=2\sqrt{3}$,∴ $AP=\sqrt{3}$,∴ $DP=10-\sqrt{3}$.

7. (1)【证明】∵ 四边形$ABCD$是正方形,∴ $\angle D=\angle A=90°$. ∵ $HM\perp MN$,∴ $\angle HMN=90°$,∴ $\angle DMN+\angle AMH=\angle AHM+\angle AMH=90°$,∴ $\angle AHM=\angle DMN$,∴ $\triangle AHM\backsim\triangle DMN$.

【解】(2)∵ 点M是AD的中点,正方形$ABCD$的边长为4,∴ $MD=AM=2$. 设$HM=HB=x$,则$AH=4-x$. 在$\mathrm{Rt}\triangle AHM$中,$AH^2+AM^2=HM^2$,∴ $(4-x)^2+2^2=x^2$,解得$x=2.5$,∴ $AH=1.5$. ∵ $\triangle AHM\backsim\triangle DMN$,∴ $\frac{AM}{DN}=\frac{MH}{MN}=\frac{AH}{MD}$,即$\frac{2}{DN}=\frac{2.5}{MN}=\frac{1.5}{2}$,∴ $DN=\frac{8}{3}$,$MN=\frac{10}{3}$,∴ $\triangle DMN$的周长为$DN+MN+DM=\frac{8}{3}+\frac{10}{3}+2=8$.

(3)$\triangle DMN$的周长是一个定值,始终为8. 理

由如下：

设 $HM=HB=x$，则 $AH=4-x$. 在 Rt$\triangle AHM$ 中，$AH^2+AM^2=HM^2$，$\therefore (4-x)^2+AM^2=x^2$，即 $AM=\sqrt{8x-16}$，$\therefore DM=4-AM=4-\sqrt{8x-16}$.

$\because \triangle AHM \backsim \triangle DMN$，且相似比为 $\frac{AH}{MD}=\frac{4-x}{4-\sqrt{8x-16}}$，$\therefore C_{\triangle DMN}=C_{\triangle AHM}\cdot\frac{4-\sqrt{8x-16}}{4-x}=(4-x+x+\sqrt{8x-16})\cdot\frac{4-\sqrt{8x-16}}{4-x}=8$. $\therefore$ 在动点 H 逐渐向点 A 运动的过程中，$\triangle DMN$ 的周长是一个定值，始终为 8.

刷素养

8.【解】(1) $\because AB=4, AD=3$，$\therefore BD=1$.

$\because DE/\!/BC$，$\therefore CE:AE=BD:AD=1:3$，

$\therefore S':S_{\triangle ADE}=CE:AE=1:3$.

$\because \triangle ADE$ 的面积是 6，$\therefore S'=\frac{1}{3}\times6=2$.

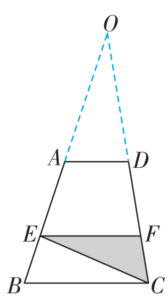
(2) $\because DE/\!/BC$，$\therefore$ 易得 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

又 $\because AD:AB=3:4$，$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S}=\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$，

$\therefore S=\frac{16}{9}S_{\triangle ADE}$.

由(1)知 $S'=\frac{1}{3}S_{\triangle ADE}$，$\therefore S=\frac{16}{3}S'$.

(3) 延长 BA，CD 交于点 O，如图. $\because AD/\!/BC$，$\therefore$ 易得 $\triangle OAD\backsim\triangle OBC$，$\therefore \frac{OD}{OC}=\frac{OA}{OB}=\frac{AD}{BC}=\frac{1}{2}$，



$\therefore OB=8$，$OA=AB=4$. $\because AE=n$，$\therefore OE=4+n$，$BE=4-n$.

$\because EF/\!/BC$，$\therefore \frac{CF}{OF}=\frac{BE}{OE}=\frac{4-n}{4+n}$，

且易得 $\triangle OEF\backsim\triangle OBC$，$\therefore \frac{S_{\triangle OEF}}{S_{\triangle OBC}}=\left(\frac{OE}{OB}\right)^2$，

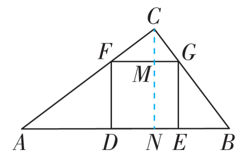
$\therefore \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle OBC}}=\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle OEF}}\cdot\frac{S_{\triangle OEF}}{S_{\triangle OBC}}=\frac{4-n}{4+n}\cdot\left(\frac{4+n}{8}\right)^2=\frac{16-n^2}{64}$.

$\because \frac{S_{\triangle OAD}}{S_{\triangle OBC}}=\left(\frac{OA}{OB}\right)^2=\frac{1}{4}$，$\therefore \frac{S_{四边形ABCD}}{S_{\triangle OBC}}=\frac{3}{4}$，

$\therefore \frac{S'}{S}=\frac{S_{\triangle CEF}}{\frac{3}{4}S_{\triangle OBC}}=\frac{4}{3}\times\frac{16-n^2}{64}=\frac{16-n^2}{48}$.

微专题

1. 16:9 【解析】如图，作 $CN\perp AB$，交 GF 于点 M，交 AB 于点 N. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\because AC=8$，$BC=6$，$\therefore AB=10$. $\because \angle ACB=90°$，$CN\perp AB$，$\therefore \frac{1}{2}AB\cdot CN=\frac{1}{2}BC\cdot AC$，$\therefore CN=\frac{24}{5}$. $\because GF/\!/AB$，$\therefore$ 易得 $\triangle CGF\backsim\triangle CBA$，$\therefore \frac{CM}{CN}=\frac{GF}{AB}$. 设正方形 $EDFG$ 的边长为 x，则 $\frac{\frac{24}{5}-x}{\frac{24}{5}}=\frac{x}{10}$，解得 $x=\frac{120}{37}$. $\because FD\perp AB$，$\therefore \angle ADF=\angle ACB=90°$. 又 $\because \angle A=\angle A$，$\therefore \triangle ADF\backsim\triangle ACB$，$\therefore \frac{AD}{AC}=\frac{FD}{BC}$，即 $\frac{AD}{8}=\frac{\frac{120}{37}}{6}$，解得 $AD=\frac{160}{37}$. 同理可得 $\triangle BEG\backsim\triangle BCA$，$\therefore \frac{BE}{BC}=\frac{EG}{AC}$，即 $\frac{BE}{6}=\frac{\frac{120}{37}}{8}$，解得 $BE=\frac{90}{37}$，$\therefore AD:EB=\frac{160}{37}:\frac{90}{37}=16:9$. 故答案为 16:9.



关键点拨 利用相似三角形对应高的比等于相似比求出正方形 $EDFG$ 的边长是解此题的关键.

关键点拨 利用相似三角形的性质求出 EF 的长是解题的关键.

2. 1 : 3 【解析】$\because$ 四边形 $EFGH$ 和四边形 $HGNM$ 均为正方形，$\therefore EF=EH=HG=HM$，$EM/\!/BC$，$\therefore$ 易得 $\triangle AEM\backsim\triangle ABC$，$\therefore \frac{AP}{AD}=\frac{EM}{BC}$，$\therefore \frac{5-EF}{5}=\frac{2EF}{10}$，$\therefore EF=\frac{5}{2}$，$\therefore EM=5$. $\because \triangle AEM\backsim\triangle ABC$，$\therefore \frac{S_{\triangle AEM}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{EM}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$，$\therefore S_{四边形BCME}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AEM}=3S_{\triangle AEM}$，$\therefore \triangle AEM$ 与四边形 $BCME$ 的面积比为 1 : 3，故答案为 1 : 3.

重难专题 2　相似三角形与其他知识的综合

刷难关

1. (1)【证明】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore \angle BAF=\angle BCE=45°$. $\because \angle BEC=\angle BAE+\angle ABE=45°+\angle ABE$，$\angle ABF=\angle EBF+\angle ABE=45°+\angle ABE$，$\therefore \angle BEC=\angle ABF$. 又 $\because \angle BAF=\angle BCE$，$\therefore \triangle ABF\backsim\triangle CEB$.

(2)【解】$BE=EG$，$BE\perp EG$. 理由如下：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore \angle GCF=45°$.

$\because \angle EBF=\angle GCF=45°$，$\angle EFB=\angle GFC$，

$\therefore \triangle BEF\backsim\triangle CGF$，$\therefore \frac{EF}{GF}=\frac{BF}{CF}$，即 $\frac{EF}{BF}=\frac{GF}{CF}$.

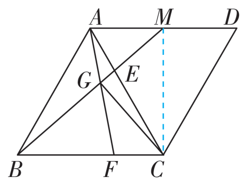
$\because \angle EFG=\angle BFC$，$\therefore \triangle EFG\backsim\triangle BFC$，

$\therefore \angle EGF=\angle BCF=45°$，$\therefore \angle EBF=\angle EGF=45°$，$\therefore EB=EG$，$\angle BEG=90°$，$\therefore BE\perp EG$.

2.【证明】(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AD/\!/$

BC，$\therefore\ \angle MAB+\angle ABC=180°$. $\because\ \angle BGF=\angle ABC$，$\angle AGB+\angle BGF=180°$，$\therefore\ \angle AGB=\angle MAB$. $\because\ \angle ABG=\angle MBA$，$\therefore\ \triangle BAG\backsim\triangle BMA$.

(2) 如图，连接 CM. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，$\therefore\ AB=BC=CD$. $\because\ \angle ABC=60°$，$\therefore\ \triangle ABC$ 为等边三角形，$\therefore\ AB=BC=AC$，$\therefore\ AC=CD$. $\because\ M$ 为 AD 的中点，$\therefore\ CM\perp AD$. $\because\ AD/\!/BC$，$\therefore\ CM\perp BC$，$\therefore\ \angle MCB=90°$. 由(1)得 $\triangle BAG\backsim\triangle BMA$，$\therefore\ \dfrac{AB}{BM}=\dfrac{BG}{AB}$，$\therefore\ BG\cdot BM=AB^2$，$\therefore\ BG\cdot BM=BC^2$，$\therefore\ \dfrac{BG}{BC}=\dfrac{BC}{BM}$. $\because\ \angle CBG=\angle MBC$，$\therefore\ \triangle BGC\backsim\triangle BCM$，$\therefore\ \angle BGC=\angle BCM=90°$，$\therefore\ CG\perp BM$.



3. (1)【证明】$\because\ AQ/\!/PC$，$\therefore\ \angle AQE=\angle CPD$.

由题意知，$AE/\!/CD$，$AE=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}CD$，

$\therefore\ \angle AEQ=\angle CDP$，$\therefore\ \triangle AEQ\backsim\triangle CDP$，

$\therefore\ \dfrac{AQ}{PC}=\dfrac{AE}{CD}=\dfrac{1}{2}$，$\therefore\ PC=2AQ$.

【解】(2) $\because\ AD^2=PD\cdot DE$，$\therefore\ \dfrac{AD}{DE}=\dfrac{PD}{AD}$.

$\because\ \angle ADP=\angle EDA$，$\therefore\ \triangle ADP\backsim\triangle EDA$，

$\therefore\ \angle DAP=\angle DEA$. $\because\ AD/\!/BC$，

$\therefore\ \angle DAP=\angle AFB$，$\therefore\ \angle DEA=\angle AFB$.

在矩形 $ABCD$ 中，$\angle DAE=\angle ABF=90°$，

$\therefore\ \triangle DAE\backsim\triangle ABF$，$\therefore\ \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{BF}$，即 $\dfrac{12}{10}=\dfrac{5}{BF}$，

$\therefore\ BF=\dfrac{25}{6}$.

(3) 如图，延长 DE 交 CB 的延长线于点 G.

$\because$ 点 E 是 AB 的中点，$\therefore\ AE=BE$. $\because\ AD/\!/BC$，

$\therefore\ \angle ADE=\angle BGE$. $\because\ \angle AED=\angle BEG$，

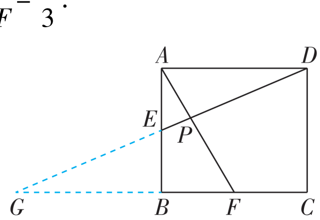
$\therefore\ \triangle ADE\cong\triangle BGE$ (AAS)，$\therefore\ AD=BG$.

又 $\because\ AD=BC$，$\therefore\ GC=BG+BC=2AD$. 又 $\because$ 点 F 为 BC 的中点，$\therefore\ BC=2BF$，$\therefore\ BG=AD=2BF$，

$\therefore\ GF=BG+BF=3BF$，$\therefore\ \dfrac{AD}{GF}=\dfrac{2BF}{3BF}=\dfrac{2}{3}$.

$\because\ AD/\!/GC$，$\therefore$ 易得 $\triangle APD\backsim\triangle FPG$，

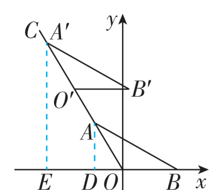
$\therefore\ \dfrac{AP}{PF}=\dfrac{AD}{GF}=\dfrac{2}{3}$.



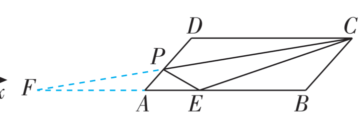
思路分析

(2) 先证出 $\triangle ADP\backsim\triangle EDA$，得出 $\angle DAP=\angle DEA$，进而得到 $\angle DEA=\angle AFB$，再根据 $\angle DAE=\angle ABF=90°$ 即可证出 $\triangle DAE\backsim\triangle ABF$，利用相似三角形的性质即可得出结果.

4. A 【解析】设 $\triangle OAB$ 平移后得到 $\triangle O'A'B'$，分别过点 A，A' 作 x 轴的垂线段 AD，$A'E$，如图，则 $\angle ADB=\angle A'EO=90°$，$OD=1$，$AD=\sqrt{3}$，$BD=2-(-1)=3$. 在 Rt$\triangle ABD$ 中，由勾股定理得 $AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+3^2}=2\sqrt{3}$. 由平移的性质可知 $AA'=AB=2\sqrt{3}$. 在 Rt$\triangle AOD$ 中，由勾股定理得 $OA=\sqrt{AD^2+OD^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$，$\therefore\ OA'=OA+AA'=2+2\sqrt{3}$. $\because\ \angle ADO=\angle A'EO=90°$，$\angle AOD=\angle A'OE$，$\therefore\ \triangle AOD\backsim\triangle A'OE$，$\therefore\ \dfrac{OD}{OE}=\dfrac{AD}{A'E}=\dfrac{OA}{OA'}=\dfrac{2}{2+2\sqrt{3}}$，$\therefore\ OE=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{2}OD=1+\sqrt{3}$，$A'E=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{2}AD=\sqrt{3}+3$，$\therefore\ A'(-1-\sqrt{3},3+\sqrt{3})$. $\because$ 点 $A(-1,\sqrt{3})$ 先向左平移 $\sqrt{3}$ 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度得到点 $A'(-1-\sqrt{3},3+\sqrt{3})$，$\therefore$ 点 $B(2,0)$ 先向左平移 $\sqrt{3}$ 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度得到点 $B'(2-\sqrt{3},3)$，即平移后点 B 的坐标为 $(2-\sqrt{3},3)$，故选 A.



(第 4 题图)



(第 5 题图)

5. $\dfrac{13}{3}$ 【解析】延长 CP 与 BA，交于点 F，如图所示. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore\ CD/\!/AB$，$\therefore\ \angle F=\angle DCP$. 由折叠的性质得 $\angle DCP=\angle ECP$，$CD=CE=13$，$\therefore\ \angle F=\angle ECP$，$\therefore\ EF=CE=13$. 设 $AE=a$，$\therefore\ AF=EF-AE=13-a$. $\because\ CD/\!/AB$，$\therefore$ 易得 $\triangle PCD\backsim\triangle PFA$，$\therefore\ \dfrac{CD}{AF}=\dfrac{PD}{AP}$. $\because\ AP=2$，$PD=3$，$\therefore\ \dfrac{13}{13-a}=\dfrac{3}{2}$，解得 $a=\dfrac{13}{3}$，$\therefore\ AE=a=\dfrac{13}{3}$. 故答案为 $\dfrac{13}{3}$.

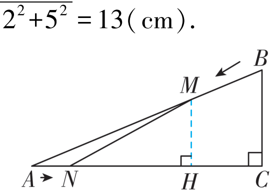
关键点拨

由折叠的性质、平行四边形的性质等得到 $EF=CE=13$，证出 $\triangle PCD\backsim\triangle PFA$，然后利用相似三角形的性质即可求解.

6.【解】(1) 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC=5$ cm，$AC=12$ cm，

$\therefore\ AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$(cm).

(2) 如图，作 $MH\perp AC$ 于点 H，则 $MH/\!/BC$. 由题意得，$BM=2t$，$AN=t$，则 $AM=13-2t$.

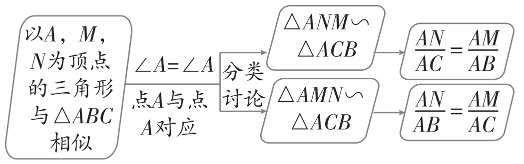


$\because\ MH/\!/BC$，$\therefore$ 易证 $\triangle AMH\backsim\triangle ABC$，$\therefore\ \dfrac{MH}{BC}=\dfrac{AM}{AB}$，即 $\dfrac{MH}{5}=\dfrac{13-2t}{13}$，解得 $MH=\dfrac{65-10t}{13}$. 由题

意,得$\frac{1}{2}\times t\times\frac{65-10t}{13}=\frac{1}{2}\times5\times12\times\frac{3}{26}$,解得$t_1=2$,$t_2=\frac{9}{2}$,∴ t 为 2 或$\frac{9}{2}$时,△AMN 的面积为△ABC 面积的$\frac{3}{26}$.

(3)

思路分析|相似三角形的分类讨论



存在. ∵ ∠A=∠A,∴ 当△ANM∽△ACB 时,$\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$,∴ $\frac{t}{12}=\frac{13-2t}{13}$,解得 $t=\frac{156}{37}$;当△AMN∽△ACB 时,$\frac{AN}{AB}=\frac{AM}{AC}$,∴ $\frac{t}{13}=\frac{13-2t}{12}$,解得 $t=\frac{169}{38}$. 综上所述,存在 t 值,使得以 A,M,N 为顶点的三角形与△ABC 相似,t 的值为$\frac{156}{37}$或$\frac{169}{38}$.

7.【解】(1)$CE=AF$. 证明:∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,∴ $DC=DA$,∠ADC=90°. ∵ △DEF 是等腰直角三角形,∴ $DE=DF$,∠EDF=90°,∴ ∠CDE=∠ADF,∴ △CDE≌△ADF(SAS),∴ $CE=AF$.

(2)在等腰 Rt△DEF 中,$DE=1$,∴ 由勾股定理,得 $EF^2=1^2+1^2=2$. ∵ $AE=\sqrt{7}$,∴ $AE^2+EF^2=7+2=9$. ∵ $CE=AF$,$CE=3$,∴ $AF^2=9$,∴ $AE^2+EF^2=AF^2$,∴ △AEF 为直角三角形,且∠AEF=90°. ∵ 在等腰 Rt△DEF 中,∠DEF=45°,∴ ∠AED = ∠AEF + ∠DEF = 90° + 45°=135°.

(3)∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,∴ $AB=AD=CD=BC=4$,$AB/\!/DC$,∠BAD=90°. ∵ M 是边 AB 的中点,∴ $MA=2$,∴ $DM=\sqrt{AD^2+AM^2}=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}$. ∵ $AB/\!/DC$,∴ ∠OAM=∠OCD,∠OMA=∠ODC,∴ △AOM∽△COD,∴ $\frac{OM}{OD}=\frac{AM}{CD}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$,∴ $OD=\frac{2}{3}DM=\frac{4\sqrt{5}}{3}$. ∵ $OF=\frac{\sqrt{5}}{3}$,∴ $DF=\frac{4\sqrt{5}}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}=\sqrt{5}$. 在等腰 Rt△$DEF$ 中,∠DFN=45°,正方形 $ABCD$ 中,∠DCO=45°,∴ ∠DFN = ∠DCO. ∵ ∠FDN = ∠CDO,∴ △DFN∽△DCO,∴ $\frac{DF}{DC}=\frac{DN}{DO}$,∴ $\frac{\sqrt{5}}{4}=\frac{DN}{\frac{4\sqrt{5}}{3}}$,

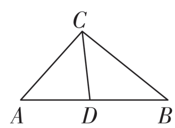
易错警示 注意第(3)问需要分类讨论,不要漏解.

刷有所得 位似的性质:位似图形的对应线段平行或在同一直线上;位似图形的对应点和位似中心在同一条直线上;任意一对对应点到位似中心的距离之比等于相似比.

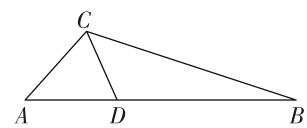
∴ $DN=\frac{5}{3}$.

8. (1)【证明】∵ ∠A=40°,∠B=60°,∴ ∠ACB=180°−∠A−∠B=80°. ∵ ∠A≠∠B≠∠ACB,∴ △ABC 不是等腰三角形. ∵ CD 平分∠ACB,∴ ∠ACD=∠BCD=$\frac{1}{2}$∠ACB=40°,∴ ∠ACD=∠A=40°,∴ △ACD 为等腰三角形.
∵ ∠DCB = ∠A = 40°,∠CBD = ∠ABC,∴ △BCD∽△BAC,∴ CD 是△ABC 的"完美分割线".

(2)【解】①如图(1)所示,当 $AD=CD$ 时,∠ACD=∠A=48°. 根据"完美分割线"的定义,可得△BDC∽△BCA,∴ ∠BCD=∠A=48°,则∠ACB=∠ACD+∠BCD=96°.



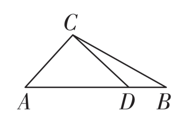
图(1)



图(2)

②如图(2)所示,当 $AD=AC$ 时,∠ACD=∠ADC=$\frac{180°-48°}{2}$=66°. 根据"完美分割线"的定义,可得△BDC∽△BCA,∴ ∠BCD=∠A=48°,∴ ∠ACB=∠ACD+∠BCD=114°.

③如图(3)所示,当 $AC=CD$ 时,∠ADC = ∠A= 48°. 根据"完美分割线"的定义,可得△BDC∽△BCA,∴ ∠BCD = ∠A = 48°,与∠ADC>∠BCD 矛盾,∴ 图(3)的情况不符合题意.



图(3)

综上所述,∠ACB 的度数为 96°或 114°.

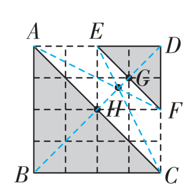
9 利用位似放缩图形

课时 1 图形的位似

刷基础

1. C 【解析】根据位似图形的定义可知第 1,2,4 个图形是位似图形,而第 3 个图形对应点的连线不能交于一点,故位似图形有 3 个. 故选 C.

2. C 【解析】如图,在正方形网格中,△ABC 和△DEF 位似,连接 AF,CE,BD,可知位似中心在点 G,H 之间. 又∵ $AC=2EF$,∴ 相似比为 2∶1.



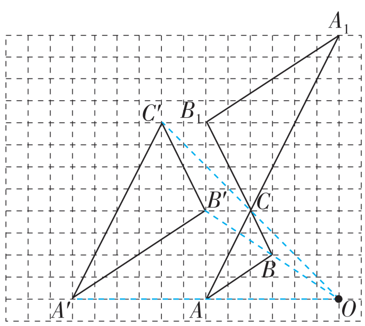
3. C 【解析】∵ △ABC 与△DEF 是以点 O 为位似中心的位似图形,且 OD∶OA=2∶3,EF=8,∴ $\frac{EF}{BC}=\frac{OD}{OA}=\frac{2}{3}$,∴ $\frac{8}{BC}=\frac{2}{3}$,∴ $BC=12$,故选 C.

4. A 【解析】∵ 以点 O 为位似中心,将五边形 $ABCDE$ 放大后得到五边形 $A'B'C'D'E'$,OA=

10 cm，$OA'=20$ cm，∴ 五边形 $ABCDE$ 与五边形 $A'B'C'D'E'$ 的相似比为 $10:20=1:2$，∴ 五边形 $ABCDE$ 的周长与五边形 $A'B'C'D'E'$ 的周长比是 $1:2$. 故选 A.

5. 108 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 位似，位似中心为点 O，$\frac{AE}{EO}=\frac{3}{2}$，∴ $\frac{AO}{EO}=\frac{1}{2}$，∴ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 的相似比为 $1:2$，∴ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 的面积比为 $1:4$. ∵ 四边形 $ABCD$ 的面积为 27，∴ 四边形 $EFGH$ 的面积为 $4\times27=108$. 故答案为 108.

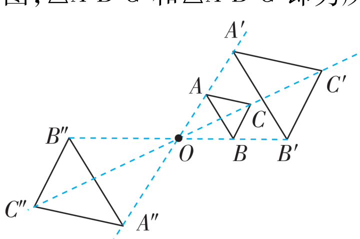
6.【解】(1) 如图所示，点 O 即为所求. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比是 $1:2$.



(2) 如图所示，$\triangle A_1B_1C$ 即为所求.

刷易错

7.【解】如图，$\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle A''B''C''$ 即为所求.



易错警示

$\triangle ABC$ 关于点 O 位似的图形，可能与 $\triangle ABC$ 在点 O 同侧，也可能与 $\triangle ABC$ 在点 O 异侧.

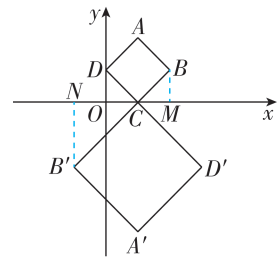
课时 2　平面直角坐标系中的位似变换

刷基础

1. D 【解析】∵ 点 A，C 的坐标分别是 $(1,2)$，$(3,1)$，∴ $AC=\sqrt{5}$. 又∵ $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 成位似图形，且相似比为 $2:1$，∴ $DF=2AC=2\sqrt{5}$. 故选 D.

2. C 【解析】设点 B 的坐标为 (x,y)，则 $\frac{3-1}{2-1}=\frac{x-1}{3-1}$，$\frac{4}{2}=\frac{y}{1}$，解得 $x=5$，$y=2$，∴ 点 B 的坐标为 $(5,2)$，故选 C.

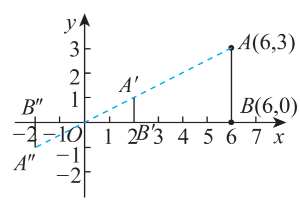
3. D 【解析】如图，过点 B 作 $BM\perp x$ 轴于 M，过点 B' 作 $B'N\perp x$ 轴于 N，则 $BM/\!/B'N$，∴ $\frac{CM}{CN}=\frac{CB}{CB'}$. ∵ 菱形 $A'B'CD'$ 的边长是菱形 $ABCD$ 的边长的 2 倍，∴ $CB'=2CB$，∴ $CN=2CM$. ∵ 点 B 坐标为 $(2,1)$，点 C 坐标为 $(1,0)$，∴ $OC=CM=1$，∴ $CN=2$，∴ $ON=1$，∴ 点 B' 的横坐标是 -1，故选 D.



刷有所得

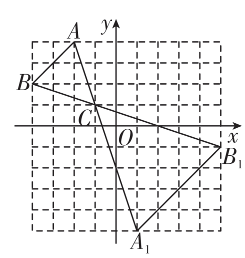
在平面直角坐标系中，如果位似变换是以原点 O 为位似中心，相似比为 k，那么位似图形对应点的横(纵)坐标的比等于 k 或 $-k$.

4. $(2,1)$ 或 $(-2,-1)$ 【解析】把线段 AB 缩短到原来的 $\frac{1}{3}$，因为位似中心为原点，所以要考虑位似图形与原图形在原点同侧或异侧两种情况. 连接 AO 并延长，使 $OA''=OA'=\frac{1}{3}OA$，在 x 轴上取点 B''，B'，使 $OB''=OB'=\frac{1}{3}OB$，如图所示，所以点 A'，A'' 的坐标分别是 $(2,1)$，$(-2,-1)$.



5. D

6.【解】(1) 如图所示，平面直角坐标系 xOy 即为所求.



(2) 如图，点 C 即为所求，点 C 坐标为 $(-1,1)$. ∵ $AB=2\sqrt{2}$，$CA=CB=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，∴ $\triangle ABC$ 的周长为 $2\sqrt{2}+2\sqrt{10}$. 故答案为 $(-1,1)$，$2\sqrt{2}+2\sqrt{10}$.

(3) 如图，$\triangle A_1B_1C$ 即为所求，点 A_1 的坐标为 $(1,-5)$.

全章综合训练

刷中考

1. 4 【解析】∵ $\frac{a}{b}=3$，∴ $\frac{a+b}{b}=\frac{a}{b}+1=3+1=4$，故

答案为 4.

2. A 【解析】∵ 在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$EF//AD$，∴ $AD//EF//BC$，∴ $\frac{AE}{EB}=\frac{DF}{FC}$，即 $\frac{1}{2}=\frac{3}{FC}$，∴ $FC=6$. 故选 A.

3. $\frac{3}{5}$ 【解析】∵ $AD=3$，$DB=2$，∴ $AB=AD+DB=3+2=5$. ∵ $DE//BC$，∴ $\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{3}{5}$，故答案为 $\frac{3}{5}$.

4. 195 【解析】∵ 小风筝两条对角线的长分别为 30 cm 和 35 cm，∴ 小风筝两条对角线长的和为 $30+35=65$(cm). ∵ 小言和哥哥制作了一大一小两个形状相同的风筝，大、小风筝的对应边之比为 3∶1，∴ 大风筝和小风筝相似，相似比为 3∶1，∴ 大风筝两条对角线长的和∶小风筝两条对角线长的和 = 3∶1，∴ 大风筝两条对角线长的和 $=3\times65=195$(cm)，故答案为 195.

5. D 【解析】

选项	分析
A	∵ $\angle B+\angle4=180°$，∴ $CD//BM$，∴ $\angle CDN=\angle AME$. ∵ $AE//BC$，∴ $\angle AEM=\angle CND$，∴ $\triangle MAE\backsim\triangle DCN$，故 A 不符合题意
B	∵ $CD//AB$，∴ $\angle CDN=\angle AME$. ∵ $AE//BC$，∴ $\angle AEM=\angle CND$，∴ $\triangle MAE\backsim\triangle DCN$，故 B 不符合题意
C	∵ $AE//BC$，∴ $\angle1+\angle B=180°$. ∵ $\angle1=\angle4$，∴ $\angle B+\angle4=180°$. 由 A 可知 $\triangle MAE\backsim\triangle DCN$，故 C 不符合题意
D	根据 $\angle2=\angle3$，再结合已知条件不能证明 $\triangle MAE\backsim\triangle DCN$，故 D 符合题意

故选 D.

6. D 【解析】∵ $\angle C=90°$，∴ $AC\perp BC$. 由折叠可得 $DE\perp AC$，$PQ\perp AC$，$MN\perp AC$，$AM=MD=DP=PC$，∴ $MN//DE//PQ//BC$，故 A 正确，不符合题意. 易得 $\triangle ADE\backsim\triangle ACB\backsim\triangle AMN$，∴ $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AC}=\frac{1}{2}$，$\frac{MN}{DE}=\frac{AM}{AD}=\frac{1}{2}$，∴ $BC=2DE$，$DE=2MN$，∴ $BC=4MN$，∴ $BC=2DE=4MN$，故 B 正确，不符合题意. ∵ $MN//PQ//BC$，∴ $\frac{PC}{AC}=\frac{BQ}{AB}=\frac{1}{4}$，$\frac{AM}{AC}=\frac{AN}{AB}=\frac{1}{4}$，$\frac{PM}{AC}=\frac{QN}{AB}=\frac{1}{2}$，∴ $BQ=AN=\frac{1}{4}AB$，$QN=\frac{1}{2}AB$，∴ $AN=BQ=\frac{1}{2}NQ$，故 C 正确，不符合题意. 由上知 $\frac{MN}{DE}=\frac{AM}{AD}=\frac{1}{2}$. ∵ $PQ//BC$，∴ 易得 $\triangle APQ\backsim\triangle ACB$，∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ACB\backsim\triangle APQ$，∴ $\frac{DE}{PQ}=\frac{AD}{AP}=\frac{2}{3}$，$\frac{PQ}{BC}=\frac{AP}{AC}=\frac{3}{4}$，∴ $\frac{MN}{DE}\neq\frac{DE}{PQ}\neq\frac{PQ}{BC}$，故 D 错误，符合题意，故选 D.

关键点拨 根据 BE，CD 为 $\triangle ABC$ 的中线判断出 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，从而得到 $DE//BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$ 是解题的关键.

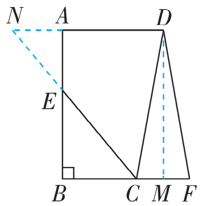
7. B 【解析】因为 BE，CD 为 $\triangle ABC$ 的中线，所以 D，E 分别为 AB，AC 的中点，所以 $DE//BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$，所以易得 $\triangle DEF\backsim\triangle CBF$，所以 $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BCF}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$，所以 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{4}S_{\triangle BCF}$，故 A 选项不符合题意. 因为 $DE//BC$，所以易得 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，所以 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$，所以 $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{3}S_{四边形BCED}$，故 B 选项符合题意. 因为 $\triangle DEF\backsim\triangle CBF$，所以 $\frac{DE}{CB}=\frac{DF}{CF}=\frac{1}{2}$，所以 $DF=\frac{1}{2}CF$，所以 $S_{\triangle DBF}=\frac{1}{2}S_{\triangle BCF}$，故 C 选项不符合题意. 因为 $DE//BC$，所以易得 $S_{\triangle DBE}=S_{\triangle DCE}$，所以 $S_{\triangle ADC}=S_{\triangle AEB}$，故 D 选项不符合题意. 故选 B.

关键点拨 依次求出 $\triangle A_1B_1C_1$，$\triangle A_2B_2C_2$，… 的面积，发现规律即可解决问题.

8. C 【解析】由题知，点 A_1，B_1，C_1 分别是 AC，BC，AB 的中点，所以 $A_1B_1//AB$，$B_1C_1//AC$，$A_1C_1//BC$，$A_1B_1=\frac{1}{2}AB$，$B_1C_1=\frac{1}{2}AC$，$A_1C_1=\frac{1}{2}BC$，所以易得 $\triangle A_1B_1C_1\backsim\triangle BAC$，则 $\frac{S_{\triangle A_1B_1C_1}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{A_1B_1}{AB}\right)^2=\frac{1}{4}$. 又因为 $\triangle ABC$ 的面积为 1，所以 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为 $\frac{1}{4}$. 同理可得，$\triangle A_2B_2C_2$ 的面积为 $\left(\frac{1}{4}\right)^2$，$\triangle A_3B_3C_3$ 的面积

为$\left(\frac{1}{4}\right)^3$,…,所以$\triangle A_nB_nC_n$的面积为$\left(\frac{1}{4}\right)^n$. 故选 C.

9. $\frac{18}{5}$ 【解析】如图,延长 CE 交 DA 的延长线于 N,过点 D 作 $DM\perp BF$ 于 M,则 $\angle DMB=90°$. $\because AB=8$, $AE=3$, $\therefore BE=8-3=5$.

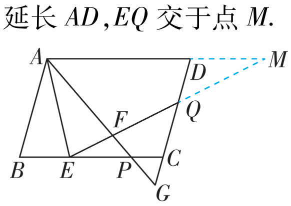


$\because AD/\!/BC$, $\therefore \angle N=\angle ECB$, $\angle B=\angle EAN=90°$, $\therefore \triangle AEN\backsim\triangle BEC$, $\therefore \frac{AN}{BC}=\frac{AE}{BE}$, $\therefore \frac{AN}{4}=\frac{3}{5}$, $\therefore AN=\frac{12}{5}$. $\because \angle DCN=\angle BCE$, $\therefore \angle N=\angle DCN$, $\therefore DN=DC$, $\therefore AD+\frac{12}{5}=DC$. $\because \angle DMB=\angle B=\angle BAD=90°$, $\therefore$ 四边形 $ABMD$ 为矩形, $\therefore DM=AB=8$, $AD=BM$, $\therefore CM=AD-BC=AD-4$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle CDM$ 中, $DC^2=CM^2+DM^2$, $\therefore \left(AD+\frac{12}{5}\right)^2=(AD-4)^2+8^2$, $\therefore AD=BM=\frac{29}{5}$, $\therefore CM=\frac{29}{5}-4=\frac{9}{5}$. $\because DC=DF$, $DM\perp BF$, $\therefore CF=2CM=\frac{18}{5}$, 故答案为$\frac{18}{5}$.

10. (1)【证明】由轴对称的性质得 $\angle B=\angle AFE$, $BE=FE$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB/\!/CD$, $\therefore \angle B=\angle PCG$, $\therefore \angle AFE=\angle PCG$. $\because \angle AFE=\angle QFG$, $\therefore \angle PCG=\angle QFG$. $\because \angle FGQ=\angle CGP$, $\therefore \angle CQE=\angle P$. $\because CE=BE$, $BE=EF$, $\therefore EF=EC$. 又$\because \angle CEQ=\angle FEP$, $\therefore \triangle EFP\cong\triangle ECQ$(AAS).

【解】(2) $\because \triangle EFP\cong\triangle ECQ$, $\therefore EQ=EP$. $\because EF=EC$, $\therefore FQ=CP$. $\because \angle FGQ=\angle CGP$, $\angle CQE=\angle P$, $\therefore \triangle FQG\cong\triangle CPG$(AAS), $\therefore FG=CG=3$, $GQ=GP=5$. 由轴对称的性质得 $AF=AB$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB/\!/CD$, $AB=CD$, $\therefore$ 易得 $\triangle CGP\backsim\triangle BAP$, $\therefore \frac{CG}{AB}=\frac{PG}{AP}$, $\therefore \frac{3}{AB}=\frac{5}{AB+3+5}$, 解得 $AB=12$, $\therefore CD=12$, $\therefore DQ=CD-CG-QG=4$.

(3)如图,延长 AD,EQ 交于点 M.



设 $CQ=a$, $BE=b$, $\therefore EF=b$. $\because \frac{CQ}{DQ}=\frac{1}{n}$, $CE=2BE$, $\therefore DQ=na$, $EC=2b$, $\therefore AB=CD=(n+1)a$, $AD=BC=3b$, $\therefore AF=AB=(n+1)a$. $\because AD/\!/BC$, 即 $DM/\!/EC$, $\therefore$ 易得 $\triangle DQM\backsim\triangle CQE$, $\therefore \frac{DM}{EC}=\frac{DQ}{CQ}$, 即$\frac{DM}{2b}=\frac{na}{a}=n$, $\therefore DM=2nb$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore \angle B=\angle ADQ$. $\because \angle AFE=\angle B$, $\therefore \angle AFE=\angle ADQ$. $\because \angle AFQ+\angle AFE=180°$, $\therefore \angle AFQ+\angle ADQ=180°$, $\therefore \angle DAF+\angle DQF=180°$. $\because \angle EQC+\angle DQF=180°$, $\therefore \angle EQC=\angle DAF$. $\because AD/\!/BC$, $\therefore \angle DAF=\angle FPE$, $\therefore \angle EQC=\angle FPE$. 又$\because \angle FEP=\angle CEQ$, $\therefore \triangle FEP\backsim\triangle CEQ$, $\therefore \frac{EF}{EC}=\frac{FP}{CQ}$, 即$\frac{b}{2b}=\frac{FP}{a}$, $\therefore PF=\frac{1}{2}a$. $\because AD/\!/BC$, $\therefore$ 易得 $\triangle AMF\backsim\triangle PEF$, $\therefore \frac{EP}{AM}=\frac{PF}{AF}$, $\therefore \frac{EP}{(3+2n)b}=\frac{\frac{1}{2}a}{(n+1)a}$, $\therefore EP=\frac{3+2n}{2n+2}b$, $\therefore CP=EC-EP=2b-\frac{3+2n}{2n+2}b=\frac{(2n+1)b}{2n+2}$. 又$\because PC/\!/AD$, $\therefore$ 易得 $\triangle GPC\backsim\triangle GAD$, $\therefore \frac{CG}{DG}=\frac{CP}{AD}=\frac{\frac{(2n+1)b}{2n+2}}{3b}=\frac{2n+1}{6n+6}$.

思路分析 (2)根据全等三角形的性质可得 $EQ=EP$,从而得到 $FQ=CP$,结合题中条件可证明 $\triangle FQG\cong\triangle CPG$,从而得到 $FG=CG=3$,$GQ=GP=5$,再由轴对称的性质得 $AF=AB$,证出 $\triangle CGP\backsim\triangle BAP$,可得 $AB=12$,即可推出 DQ 的长.

11. B 【解析】$\because AC\perp AB$, $BD\perp AB$, $\therefore AC/\!/BD$, $\therefore$ 易得 $\triangle AOC\backsim\triangle BOD$, $\therefore \frac{AC}{BD}=\frac{OA}{OB}$. $\because OA=150$ cm, $OB=50$ cm, $BD=20$ cm, $\therefore \frac{AC}{20}=\frac{150}{50}$, $\therefore AC=60$ cm. 故选 B.

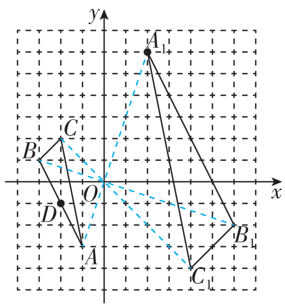
12. B 【解析】$\because$ 小正方形的边长均为 1, $\therefore OB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$, $OD=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$, $\therefore OB:OD=1:2$. $\because$ 将 $\triangle OAB$ 以点 O 为位似中心放大后得到 $\triangle OCD$, $\therefore \triangle OAB\backsim\triangle OCD$, 相似比为 $1:2$, $\therefore \triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 的周长之比是 $1:2$, 故选 B.

关键点拨 根据位似图形的性质得到 $OA:OA'=DE:D'E'=2:3$,即可求解.

13. C 【解析】$\because$ 点 A,A'的坐标分别为$(2,0)$,$(3,0)$, $\therefore OA=2$, $OA'=3$. $\because$ 五边形 $ABCDE$,$A'B'C'D'E'$是以坐标原点 O 为位似中心的位似图形, $\therefore OA:OA'=DE:D'E'=2:3$. $\because DE=3$, $\therefore D'E'=\frac{9}{2}$, 故选 C.

14.【解】(1)如图所示,D 点即为所求,D 点坐标为$(-2,-1)$.

(2)如图所示,$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



刷章测

1. A 【解析】∵ $\frac{a}{2}=\frac{b+a}{3}$，∴ $3a=2b+2a$，∴ $a=2b$，∴ $\frac{b}{a}=\frac{b}{2b}=\frac{1}{2}$. 故选 A.

2. D 【解析】∵ $AB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$BC=5$，$DE=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$EF=2$，$DF=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，∴ $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{EF}=\frac{BC}{DF}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，∴ $\triangle ABC\backsim\triangle EDF$，∴ $\angle BAC=\angle DEF=180°-45°=135°$，∴ $\angle ABC+\angle ACB=180°-\angle BAC=45°$. 故选 D.

3. A 【解析】∵ $AB\parallel CD\parallel EF$，∴ $\frac{AC}{CE}=\frac{BD}{DF}$. ∵ $\frac{AC}{CE}=\frac{3}{2}$，∴ $\frac{BD}{DF}=\frac{3}{2}$，故选 A.

4. B 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形，∴ $\angle B=90°$，$BC=AD=10$，$AD/\!/BC$，∴ $\angle AEB=\angle DAF$. ∵ $DF\perp AE$，∴ $\angle AFD=\angle B=90°$，∴ $\triangle AFD\backsim\triangle EBA$，∴ $\frac{AD}{AE}=\frac{DF}{AB}$. ∵ $DF=6$，∴ $\frac{10}{AE}=\frac{6}{3}$，∴ $AE=5$. 在 Rt$\triangle ADF$ 中，$AD=10$，$DF=6$，∴ 由勾股定理得 $AF=\sqrt{10^2-6^2}=8$，∴ $EF=AF-AE=8-5=3$. 故选 B.

关键点拨 证明 $\triangle AFD\backsim\triangle EBA$，根据勾股定理求出 AF，根据相似三角形对应边成比例求出 AE，从而可得 EF.

5. D 【解析】∵ $\triangle BPC$ 是等边三角形，∴ $BP=PC=BC$，$\angle PBC=\angle PCB=\angle BPC=60°$. 在正方形 $ABCD$ 中，$\angle BDC=\angle DBC=45°$，$AB=BC=CD$，$\angle A=\angle ADC=\angle BCD=\angle ABC=90°$，∴ $PC=CD$，$\angle ABE=\angle DCF=30°$，∴ $\angle CPD=\angle CDP=75°$，∴ $\angle PDE=90°-75°=15°$. ∵ $\angle PBD=\angle PBC-\angle DBC=60°-45°=15°$，∴ $\angle EBD=\angle EDP$. ∵ $\angle DEP=\angle BED$，∴ $\triangle BDE\backsim\triangle DPE$，故①正确. ∵ $\angle FDP=\angle PBD=15°$，且易知 $\angle DFP=\angle BPC=60°$，∴ $\triangle DFP\backsim\triangle BPH$. 在 Rt$\triangle DFC$ 中，设 $DF=x$，∵ $\angle DCF=30°$，∴ $FC=2x$，由勾股定理易得 $CD=\sqrt{3}x$，∴ $\frac{DF}{CD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴ $\frac{FP}{PH}=\frac{DF}{PB}=\frac{DF}{CD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故②错误. ∵ $\angle PDH=90°-45°-15°=30°=\angle PCD$，$\angle DPH=\angle CDP$，∴ $\triangle DPH\backsim\triangle CDP$，∴ $\frac{PD}{CD}=\frac{PH}{PD}$，∴ $PD^2=PH\cdot CD$. ∵ $PB=CD$，∴ $PD^2=PH\cdot PB$，故③正确. 故选 D.

关键点拨 掌握等边三角形、正方形的性质及相似三角形的判定与性质是解题关键.

6. D 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $BC=CD=DA=AB$. ∵ 点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 AB 的黄金分割点，且 $AE>EB$，∴ $\frac{AE}{AB}=\frac{BE}{AE}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. ∵ 四边形 $AEHF$ 是正方形，∴ $EH=HF=FA=AE$，$FH/\!/AB$，∴ 易证 $\triangle FHG\backsim\triangle BEG$，∴ $\frac{GH}{GE}=\frac{FH}{BE}$，∴ $\frac{GH}{HE}=\frac{FH}{FH+BE}=\frac{AE}{AE+BE}=\frac{AE}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，∴ $GH=\frac{\sqrt{5}-1}{2}HE=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AE$. ∵ $\angle C=\angle CBE=\angle BEI=90°$，∴ 四边形 $BCIE$ 是矩形，∴ $IC=BE$，∴ $\frac{S_{\triangle BCI}}{S_{\triangle FGH}}=\frac{\frac{1}{2}BC\cdot IC}{\frac{1}{2}FH\cdot HG}=\frac{AB\cdot BE}{AE\cdot HG}=\frac{BE}{AE}\cdot\frac{AB}{HG}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\cdot\frac{AB}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}AE}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times\frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times\frac{\sqrt{5}-1}{2}}=\frac{2}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. 故选 D.

7. 3.5 【解析】∵ $\angle ABC=\angle AQP=90°$，$\angle A=\angle A$，∴ $\triangle ABD\backsim\triangle AQP$，∴ $\frac{PQ}{BD}=\frac{AQ}{AB}$. ∵ $AB=40$ cm，$BD=20$ cm，$AQ=7$ m $=700$ cm，∴ $\frac{PQ}{20}=\frac{700}{40}$，∴ $PQ=350$ cm $=3.5$ m，故答案为 3.5.

8. $\sqrt{2}:1$ 【解析】设 $AE=x$，则 $AD=2x$. ∵ 矩形 $ABCD$ 与矩形 $ABFE$ 相似，∴ $\frac{AE}{AB}=\frac{AB}{AD}$，∴ $AB^2=2x^2$，∴ $AB=\sqrt{2}x$，∴ $AD:AB=2:\sqrt{2}=\sqrt{2}:1$. 故答案为 $\sqrt{2}:1$.

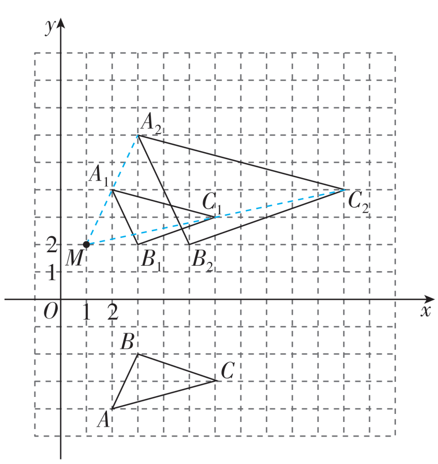
9. ①②③ 【解析】∵ $\angle 1=\angle 2$，∴ $\angle 1+\angle BAE=\angle 2+\angle BAE$，即 $\angle BAC=\angle DAE$. ①若 $\angle D=\angle B$，则 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，故①正确；②若 $\angle C=\angle AED$，则 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，故②正确；③若 $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$，则 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，故③正确；④由 $\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}$，不能判定 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，故④错误. 故答案为①②③.

10. $(-9,-2)$或$(3,2)$ 【解析】$\because$ 直线 $y=\frac{1}{3}x+1$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A,B 两点，令 $x=0$ 可得 $y=1$，令 $y=0$ 可得 $x=-3$，$\therefore$ 点 A 和点 B 的坐标分别为 $(-3,0)$，$(0,1)$. $\because$ $\triangle BOC$ 与 $\triangle B'O'C'$是以点 A 为位似中心的位似图形，且相似比为 $1:2$，$\therefore \frac{OB}{O'B'}=\frac{AO}{AO'}=\frac{1}{2}$，即$\frac{1}{O'B'}=\frac{3}{AO'}=\frac{1}{2}$，$\therefore O'B'=2$，$AO'=6$，$\therefore$ 当点 B'在第一象限时，B'的坐标为$(3,2)$；当点 B'在第三象限时，B'的坐标为$(-9,-2)$. 故答案为$(-9,-2)$或$(3,2)$.

11. 1.5 或 2.4 【解析】$\because \angle B=90°$，$AB=3$ cm，$AC=3\sqrt{5}$ cm，$\therefore AD=BC=6$ cm. 由题意得 $DN=2t$ cm，$AN=(6-2t)$ cm，$AM=t$ cm. 若 $\triangle NMA\backsim\triangle ACD$，则有$\frac{AD}{AN}=\frac{CD}{AM}$，即$\frac{6}{6-2t}=\frac{3}{t}$，解得 $t=1.5$；若 $\triangle MNA\backsim\triangle ACD$，则有$\frac{AD}{AM}=\frac{CD}{AN}$，即$\frac{6}{t}=\frac{3}{6-2t}$，解得 $t=2.4$. 综上所述，当 $t=1.5$ s 或 2.4 s 时，$\triangle AMN$ 与$\triangle ACD$ 相似. 故答案为 1.5 或 2.4.

易错警示 题目中并未明确相似三角形的对应边，所以本题需要分类讨论.

12.【解】(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 为所作.



(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 为所作.

(3)点 A_2 的坐标为$(3,6)$. $\because$ $\triangle ABC$ 沿 x 轴翻折后得到$\triangle A_1B_1C_1$，$\therefore$ $\triangle ABC\cong\triangle A_1B_1C_1$. $\because$ $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的相似比为 $1:2$，$\therefore$ $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的相似比为 $1:2$，$\therefore$ $\triangle ABC$ 与$\triangle A_2B_2C_2$ 的周长比为 $1:2$，面积比为 $1:4$. 故答案为$(3,6)$，$1:2$，$1:4$.

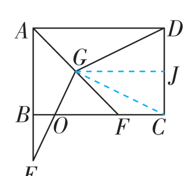
关键点拨 (1)有两边对应成比例，且一组角对应相等(不是成比例的两边的夹角)的两个三角形不一定相似.

13.【解】(1)小星和小红的说法正确，小亮的说法错误. 理由：$\because \angle ACP=\angle B$，$\angle A=\angle A$，$\therefore$ $\triangle ACP\backsim\triangle ABC$，$\therefore$ 小星的说法正确. $\because \frac{AP}{AC}=\frac{AC}{AB}$，$\angle A=\angle A$，$\therefore$ $\triangle ACP\backsim\triangle ABC$，$\therefore$ 小红的说法正确. 由$\frac{AP}{CP}=\frac{BC}{AC}$，$\angle A=\angle A$ 不能证明$\triangle ACP\backsim\triangle ABC$，$\therefore$ 小亮的说法错误.

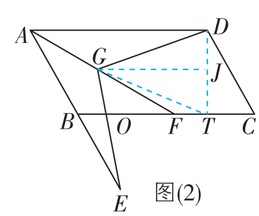
(2)$\because$ $\triangle ACP\backsim\triangle ABC$，$\therefore \frac{AP}{AC}=\frac{AC}{AB}$，$\therefore \frac{AP}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{AP+1}$，解得 $AP=2$ 或-3(舍去)，经检验，$AP=2$ 是分式方程的解，$\therefore AP=2$.

14.【证明】(1)①$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore \angle BAD=\angle ABC=90°$，$AD=BC$. $\because$ AF 平分$\angle BAD$，$\therefore \angle BAF=\angle DAF=45°$，$\therefore \angle AFB=\angle BAF=45°$，$\therefore BA=BF$. $\because BE=CF$，$\therefore AE=AB+BE=BF+CF=BC=AD$. $\because AG=AG$，$\therefore$ $\triangle EAG\cong\triangle DAG$(SAS)，$\therefore EG=DG$.

②连接 CG，过点 G 作 $GJ\perp CD$ 于点 J，如图(1). 由①得 $\triangle EAG\cong\triangle DAG$，$\therefore \angle AEG=\angle ADG$. $\because$ 点 G 是 AF 的中点，$\therefore AG=GF$. $\because GJ\perp CD$，$AD\perp CD$，$FC\perp CD$，$\therefore AD/\!/GJ/\!/FC$，$\therefore DJ=JC$，$\therefore GD=GC$，$\therefore \angle GDC=\angle GCD$. $\because \angle ADC=\angle BCD=90°$，$\therefore \angle ADG=\angle GCO$，$\therefore \angle OEB=\angle OCG$. $\because \angle BOE=\angle GOC$，$\therefore$ $\triangle OBE\backsim\triangle OGC$，$\therefore \frac{BE}{GC}=\frac{OB}{OG}$. $\because GC=GD$，$BE=CF$，$\therefore BO\cdot GD=GO\cdot FC$.



图(1)



图(2)

(2)过点 D 作 $DT\perp BC$ 于点 T，连接 GT，过点 G 作 $GJ\perp DT$ 于点 J，如图(2). $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AD=BC$，$AD/\!/BC$，$\therefore \angle DAG=\angle AFB$. $\because$ AF 平分 $\angle DAB$，$\therefore \angle DAG=\angle BAF$，$\therefore \angle BAF=\angle AFB$，$\therefore AB=BF$，$\therefore AE=AB+BE=BF+CF=BC=AD$. $\because AG=AG$，$\therefore$ $\triangle EAG\cong\triangle DAG$(SAS)，$\therefore \angle AEG=\angle ADG$. $\because AD/\!/FT$，$DT\perp BC$，$GJ\perp DT$，$\therefore AD/\!/GJ/\!/FT$. 又$\because$ G 为 AF 的中点，$\therefore DJ=JT$，$\therefore GD=GT$，$\therefore \angle GDT=\angle GTD$. $\because \angle ADT=\angle BTD=90°$，$\therefore \angle ADG=\angle GTO$，$\therefore \angle OEB=\angle OTG$. $\because \angle BOE=\angle GOT$，$\therefore$ $\triangle OBE\backsim\triangle OGT$，$\therefore \frac{BE}{GT}=\frac{OB}{OG}$. $\because GT=GD$，$BE=CF$，$\therefore BO\cdot GD=GO\cdot FC$.